

Enregistrement

C.N.R.S. N° A.O.4225

T H E S E

présentée

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

pour obtenir le titre de Docteur - Ingénieur

par

NGUYEN - VAN - HUONG

Sujet : Transfert de chaleur et de masse dans des batteries à ailettes

Soutenue le : 13 Avril 1970 devant la Commission d'Examen

M. A. FORTIER - Professeur

Président

M. R. COMOLET - Professeur

M. R. CADIERGUES

} Examineurs

Enregistrement

C.N.R.S. N° A.O.4225

T H E S E

présentée

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

pour obtenir le titre de Docteur - Ingénieur

par

NGUYEN - VAN - HUONG

Sujet : Transfert de chaleur et de masse dans des batteries à ailettes

Soutenue le : 13 Avril 1970 devant la Commission d'Examen

M. A. FORTIER - Professeur

Président

M. R. COMOLET - Professeur

M. R. CADIERGUES

} Examineurs

Digitized by the Internet Archive
in 2026



TRANSFERT DE CHALEUR ET DE MASSE DANS DES BATTERIES A AILETTES

par NGUYEN-VAN-HUONG

Heat and mass transfer
in finned cooling coils

Descripteurs :
Air humide
Batterie
Transfert de masse

L'étude concerne le refroidissement avec condensation de l'air humide dans des batteries à ailettes. M. NGUYEN-VAN-HUONG aborde ce problème en introduisant la notion du transfert d'enthalpie qu'il considère comme un phénomène indissociable formé par l'ensemble des phénomènes du transfert de chaleur et du transfert de masse.

Etude théorique — Applications au calcul numérique des batteries à ailettes fonctionnant comme refroidisseurs d'air humide avec condensation — Etude expérimentale — Conclusion — Bibliographie.

RÉSUMÉ

L'objet de ce travail est plus exactement l'étude du refroidissement avec condensation d'un mélange air-vapeur d'eau dans les batteries à ailettes. La détermination de tels appareils est, on le sait, extrêmement délicate, faute de bases analytiques solides. Pratiquement, on a souvent recours à des formules très empiriques dont la justification est discutable, voire incompréhensible parfois, et donnant des approximations plutôt grossières. Par ailleurs, la méthode qui consiste à admettre d'emblée la relation de Lewis semble être, du point de vue analytique, plus acceptable. Néanmoins les expérimentations montrent que cette relation n'est pas vérifiée d'une manière générale, tout au moins pour les surfaces à ailettes.

Dans ce travail l'auteur aborde le problème par le biais de ce qu'il appelle le transfert d'enthalpie qu'il considère comme un phénomène indissociable formé par l'ensemble des phénomènes du transfert de chaleur et du transfert de masse. L'article se divise en trois parties :

La première partie est relative à l'étude théorique entièrement basée sur l'analyse dimensionnelle.

Dans la seconde sont exposées quelques méthodes de calcul des batteries à ailettes qui découlent de l'analyse théorique.

Enfin, la troisième partie, qui est consacrée à l'étude expérimentale, fournit des résultats particulièrement intéressants pour les applications pratiques.

SUMMARY

This work is mainly concerned with the study of cooling with condensation of an air/water mixture in finned cooling coils. It is well known that in the absence of a solid analytical basis, the determination of such apparatus is particularly difficult. In practice, quite empirical and questionable formulae are often used ; in such cases it is hardly possible to understand them and the results are only crudely approximate. In other respects, from the analytical point of view, the method of adopting the Lewis relation as valid on its merits seems more acceptable. Nevertheless, experiments reveal that this relation, so far as finned surfaces are concerned, is not generally substantiated.

In this work, the author tackles this problem by means of a method which he calls the enthalpy transfer. He considers this enthalpy transfer as an indissociable phenomenon created from the combination of the heat transfer and mass transfer phenomena. The article is divided into three parts :

The first part deals with theoretical study exclusively concerned with dimensional analysis.

The second part is devoted to the examination of a certain number of calculation methods of the finned cooling coils resulting from the theoretical analysis.

Finally, the third part, which deals with experimental study, gives particularly interesting results for practical application.

ZUSAMMENFASSUNG

Der Zweck dieser Arbeit bezieht sich insbesondere auf die Untersuchung der Kühlung mit Kondensation einer Luft/Wasserdampf-Mischung in Rippenkühlern. Es ist bekannt, dass aus Mangel fester analytischer Grundlagen, die Bestimmung solcher Apparate ausserordentlich heikel ist. In der Praxis wird man oft zu sehr empirischen Formeln greifen, deren Rechtfertigung fraglich, sogar unverständlich ist, und die nur annähernde Zahlen angeben. Andererseits scheint die Methode, die darin besteht ohne weiteres die Beziehung von Lewis anzunehmen, vom analytischen Standpunkt, annehmbarer zu sein. Die Versuche dagegen zeigen, dass diese Beziehung, wenigstens für Rippenoberflächen, allgemein nicht nachgeprüft ist.

In dieser Arbeit schneidet der Verfasser das Problem von der Seite der Enthalpie-Übertragung, wie er sie nennt, an, die er als ein unauflösbares Phänomen, gebildet von den gesamten Phänomen der Wärme- und Stoffübertragung, ansieht. Der Artikel ist in drei Teile eingeteilt :

Der erste Teil bezieht sich auf die theoretische Studie, die vollständig auf der dimensionellen Analyse liegt.

Im zweiten Teil werden einige Berechnungsmethoden von Rippenkühlern, angeführt, welche von der theoretischen Analyse abgeleitet sind.

Der dritte Teil ist schliesslich der experimentellen Untersuchung gewidmet und gibt für praktische Anwendungen besonders interessante Ergebnisse.



NOTATIONS EMPLOYEES

ALPHABET LATIN :

A_a	: Surface d'une ailette comprenant les deux faces.
A_b	: Portion de surface extérieure du tube de base affectée à une ailette.
δA_r	: Portion de surface intérieure (côté fluide réfrigérant) du tube de base affectée à une ailette.
c_p	: Chaleur massique à pression constante du mélange air-vapeur.
c_{pr}	: Chaleur massique du fluide réfrigérant.
D	: Diffusivité de la vapeur d'eau dans l'air.
e	: Demi-épaisseur d'une ailette.
d	: Diamètre extérieur de base.
$\bar{h}$	: Coefficient moyen de transfert de chaleur sensible (h : coefficient local).
$\bar{h}_D$	: Coefficient moyen de transfert de masse (h_D : coefficient local).
$\bar{h}_i$	: Coefficient moyen de transfert d'enthalpie (h_i : coefficient local).
h_r	: Coefficient moyen de transfert de chaleur côté réfrigérant.
i	: Enthalpie moyenne de mélange de l'air humide (i_1 : enthalpie d'entrée, i_{n+1} : enthalpie de sortie de la batterie).
i_s	: Enthalpie locale de surface (à l'état de saturation).
i_{sb}	: Enthalpie de surface du tube de base (à l'état de saturation).
m	: Nombre d'ailettes par passe.
n	: Nombre de passes d'une batterie.
p	: Pression.
q	: Débit massique de l'air humide.
q_r	: Débit massique du fluide réfrigérant.
r	: Humidité absolue moyenne de mélange de l'air.
r_s	: Humidité absolue de surface locale (à l'état de saturation).
r_{sb}	: Humidité absolue de surface du tube de base (à l'état de saturation).
R_1	: Rayon extérieur du tube de base (soit $d/2$).
R_2	: Rayon des ailettes.
T	: Température sèche moyenne de mélange de l'air humide.
T_s	: Température locale de surface.
T_{sb}	: Température de surface du tube de base.
T_r	: Température moyenne de mélange du fluide réfrigérant.
u	: Vitesse de l'air mesurée dans la section minimale entre tubes à ailettes.
u_o	: Vitesse frontale de l'air mesurée en amont de la batterie.
v	: Chaleur latente de condensation de la vapeur d'eau.

ALPHABET GREC :

$$\alpha = \frac{di_s}{dT_s}$$

Γ_a : Concentration de l'air dans le mélange air-vapeur.

Γ_v : Concentration de la vapeur d'eau dans le mélange air-vapeur.

$$\gamma_r = \frac{m \cdot \delta A_r h_r}{q_r c_{pr}}$$

η : Efficacité de l'ailette en transfert d'enthalpie.

η_T : Efficacité de l'ailette en transfert de chaleur sensible.

η_D : Efficacité de l'ailette en transfert de masse.

λ : Conductibilité thermique du mélange air-vapeur.

λ_a : Conductibilité thermique de l'ailette.

μ : Viscosité absolue du mélange air-vapeur.

π_a : Pas des ailettes.

π_T : Pas transversal du maillage.

π_L : Pas longitudinal du maillage.

ρ : Masse volumique du mélange air-vapeur.

NOMBRES SANS DIMENSION

$$\text{Nusselt} \quad Nu = \frac{hd}{\lambda} \quad , \quad \overline{Nu} = \frac{\overline{h}d}{\lambda}$$

$$\text{Sherwood} \quad Sh = \frac{h_D d}{\rho D} \quad , \quad \overline{Sh} = \frac{\overline{h}_D d}{\rho D}$$

$$\text{Lewis} \quad Le = \frac{h}{c_p h_D}$$

$$\text{Reynolds} \quad Re_o = \frac{\rho u_o d}{\mu} \quad , \quad Re = \frac{\rho u d}{\mu}$$

$$\text{Prandtl} \quad Pr = \frac{c_p \mu}{\lambda}$$

$$\text{Schmidt} \quad Sc = \frac{\mu}{\rho D}$$

$$\text{Nusselt enthalpique} \quad Nu_i = \frac{h_i c_p d}{\lambda} \quad , \quad \overline{Nu}_i = \frac{\overline{h}_i c_p d}{\lambda}$$

INTRODUCTION

Le refroidissement et la déshumidification d'un mélange d'air et de vapeur d'eau constituent un cas particulier de l'étude générale du transfert de chaleur et de masse. Néanmoins des techniques très répandues, comme le conditionnement et le séchage de l'air, conduisent à une large application de ce cas.

Par convention, on appelle batterie, tout échangeur de chaleur dont l'un des fluides qui participent à l'échange, est de l'air généralement pris dans l'atmosphère (donc plus ou moins humide), mais aussi quelquefois sous pression. Souvent, afin de réduire le volume d'encombrement des appareils, on munit les surfaces d'ailettes du côté air.

Lorsque le transfert de chaleur opère seul, on sait résoudre le problème avec de bonnes approximations, tant au point de vue analytique qu'expérimental. Mais, lorsqu'il s'accompagne du transfert de masse, les choses semblent se compliquer. En effet, dans le cas d'une batterie qui fonctionne comme refroidisseur d'air humide avec condensation, souvent on ignore ce qui sort de la batterie. Il y a des problèmes auxquels seul le refroidissement est recherché; s'il y a condensation, elle est gênante, mais il faudra en tenir compte. Il y a des problèmes pour lesquels on s'attache à déshumidifier l'air (problème de séchage) la condensation est par contre souhaitée. Enfin, il y a des problèmes où le refroidissement et la déshumidification sont tous deux recherchés. Pour toutes ces applications, que l'on veuille ou non, le transfert de masse intervient et prend une part importante dans le mécanisme du transfert de la chaleur totale.

Pour étudier ce problème, généralement on considère le transfert de la chaleur sensible et le transfert de masse de la vapeur indépendamment l'un de l'autre en se basant sur l'analogie de Lewis. Cependant, il y a une restriction à cela. En effet, il est vrai qu'il existe une analogie entre les équations générales qui régissent ces deux phénomènes de transfert, mais, pour que cette analogie soit complète, il est nécessaire que les conditions aux limites soient aussi respectivement analogues. Ainsi l'étude de la plaque plane, dans le cas où la température est la même en tout point de sa surface, montre que, lorsque le nombre de Prandtl est égal au nombre de Schmidt, à même nombre de Reynolds, les nombres de Nusselt et de Sherwood sont égaux :

$$\frac{hx}{\lambda} = \frac{h_D x}{\rho D}$$

et que, pour de l'air humide, les nombres de Prandtl et de Schmidt étant pratiquement égaux, on a la relation suivante dite de Lewis :

$$\frac{h}{c_p h_D} = 1$$

Mais il n'en est pas de même pour un tube à ailettes. En effet, s'il nous est possible d'imposer une température de paroi pour le tube de base, par contre, la distribution de la température de surface des ailettes dépend, d'une part, des lois relatives à la conduction thermique dans le métal des ailettes et, d'autre part, des conditions superficielles de transfert de chaleur. Aussi, pour ce cas, la relation de Lewis ne sera pas vérifiée. Alors, il convient d'étudier globalement les deux phénomènes de transfert sous la forme du transfert d'enthalpie. En effet, si en tout point pris dans la masse du mélange gazeux on peut distinguer la chaleur sensible dont le potentiel est représenté par la température sèche, et la chaleur latente dont le potentiel est représenté par la concentration de la vapeur, par contre, dans le métal des ailettes, cette distinction n'est plus possible car il n'y a qu'un flux, c'est le flux de la chaleur totale. En conséquence, seule cette dernière, dont le potentiel est représenté par l'enthalpie, se conserve dans l'espace compris entre l'air humide et le fluide réfrigérant.

Le présent travail est consacré à l'étude de ce cas intéressant dans le but de fournir des éléments permettant de résoudre les problèmes posés dans le cadre des applications pratiques des batteries à ailettes fonctionnant comme refroidisseurs d'air humide avec condensation. Il se divise en trois parties :

- La première partie est relative à l'étude théorique du transfert de chaleur et de masse dans le cas particulier aboutissant à la relation de Lewis, et du transfert d'enthalpie dans le cas général. Cette étude, qui est entièrement basée sur l'analyse dimensionnelle utilisant les équations générales, permet de dénombrer les paramètres dont peuvent dépendre les phénomènes de transfert considérés, ce qui constitue, en quelque sorte, un guide pour notre étude expérimentale.

- Dans la deuxième partie nous exposons quelques méthodes de calcul des batteries à ailettes qui font encore défaut, actuellement, dans la bibliographie technique, et qui servent également pour le dépouillement de nos résultats expérimentaux.

- Enfin, la troisième partie, qui est consacrée à l'étude expérimentale, fournit des résultats particulièrement intéressants pour les applications pratiques.

1 - ETUDE THEORIQUE

1.1 - GENERALITES

L'étude théorique du transfert de chaleur et de masse par convection dans le cas des surfaces simples, telles que plaque plane et intérieur de tube cylindrique, peut être traitée, on le sait, par des méthodes analytiques se référant au comportement du fluide et aux phénomènes qui se passent au niveau des couches limites. Pour d'autres types de surface plus compliqués, l'écoulement du fluide étant très mal défini, une étude analytique est difficilement accessible. Des tubes à ailettes, disposés en faisceau, formant ce que l'on appelle conventionnellement, dans l'industrie des échangeurs thermiques, par batterie à ailettes, constituent un cas dont le degré de complexité est poussé presque à l'extrême. Pour ce genre de problème, on ne peut que compter sur une étude expérimentale fournissant des résultats que l'on généralisera par une analyse dimensionnelle.

A ce jour, on connaît plusieurs méthodes d'analyse dimensionnelle par lesquelles les paramètres sans dimension, dont dépend un phénomène physique, peuvent être déterminés. La difficulté, au départ de telles études, est de trouver non pas la forme, mais le nombre des paramètres qui interviennent dans le phénomène considéré. Devant cet embarras, la meilleure façon de procéder est de se référer aux équations, différentielles ou non, qui régissent ce phénomène. Là, une objection peut être soulevée lorsque l'on est en présence d'un phénomène très complexe pour lequel il est impossible de trouver les équations qui le décrivent pleinement. Cependant, l'expérience nous montre qu'une connaissance approximative des équations suffit. C'est le cas du problème du transfert de chaleur et de masse dans une batterie à ailettes, pour lequel nous allons utiliser les équations relatives à la couche limite laminaire qui ne prétendent pas de régir entièrement le processus, mais nous suffisent pour en dégager les paramètres généraux.

1.2 - EQUATIONS GENERALES

- Hypothèses :
- le régime d'écoulement est permanent en moyenne,
 - le mélange gazeux se comporte comme un fluide visqueux et incompressible,
 - les propriétés du fluide restent constantes,
 - les quantités de vapeur d'eau condensée sont négligeables devant la masse du mélange gazeux, par conséquent celle-ci se conserve.

1°) Equations de l'écoulement dynamique du mélange gazeux :

$$\text{Div } \vec{U} = 0 \quad (1.1)$$

$$\frac{\delta U}{\delta t} + \rho \vec{U} \cdot \overrightarrow{\text{grad}} \vec{U} = - \overrightarrow{\text{grad}} p + \mu \Delta \vec{U} \quad (1.2)$$

2°) Equation du bilan massique de la vapeur d'eau :

Ecrivons l'expression de la loi de FICK :

$$\dot{m}_{vy} = -D \frac{d\Gamma_v}{dy}$$

$\dot{m}_{vy}$ étant la densité de flux de masse de la vapeur d'eau dans la direction y ,
 Γ_v étant sa concentration.

Cette loi nous permet d'aboutir, moyennant les hypothèses concernant l'isotropie de la diffusion et la constance du coefficient de diffusion D , à l'équation du bilan massique de la vapeur d'eau suivante :

$$\frac{\delta \Gamma_v}{\delta t} + \vec{U} \cdot \overrightarrow{\text{grad}} \Gamma_v = D \cdot \Delta \Gamma_v \quad (1.3)$$

Dans la pratique de l'air humide, au lieu de la concentration, on a l'habitude d'utiliser l'humidité absolue (appelée aussi humidité spécifique ou rapport de mélange) r qui est définie par le rapport :

$$r = \frac{\Gamma_v}{\Gamma_a}$$

Γ_a étant la concentration de l'air sec dans le mélange.

Dans le domaine des applications courantes, la quantité d'eau contenue dans le mélange est relativement faible, on peut donc assimiler la concentration Γ_a à la masse volumique du mélange, soit ρ .

On a :

$$r = \frac{\Gamma_v}{\rho}$$

L'équation (1.3) s'écrit donc :

$$\frac{\delta r}{\delta t} + \vec{U} \cdot \overrightarrow{\text{grad } r} = D \cdot \Delta r \quad (1.4)$$

3°) Equation du bilan de la chaleur sensible :

$$\rho c_p \left[\frac{\delta T}{\delta t} + \vec{U} \cdot \overrightarrow{\text{grad } T} \right] = \lambda \cdot \Delta T + \Phi \quad (1.5)$$

Φ étant la fonction de dissipation que l'on négligera, du fait que les vitesses mises en jeu sont relativement faibles.

4°) Equation du bilan enthalpique :

Les variations de pression dans notre problème étant négligeables, l'enthalpie du mélange gazeux est définie par la relation suivante :

$$di = c_p \cdot dT + v \cdot dr$$

Remarquons que c_p , qui représente la chaleur massique à pression constante du mélange, dépend de l'humidité absolue r . Toutefois, dans le domaine des températures ambiantes qui nous intéresse, les valeurs de r sont faibles (inférieures à 2,5%), on peut admettre pour c_p une valeur moyenne constante. Dès lors, on convient d'appeler "enthalpie massique de l'air humide" la quantité suivante :

$$i = c_p T + vr \quad (1.6)$$

Maintenant, multiplions les deux membres de l'équation (1.4) par la chaleur latente de condensation v , puis ajoutons-la, membre à membre, à l'équation (1.5), nous avons :

$$\rho \frac{\delta(c_p T + vr)}{\delta t} + \rho \vec{U} \cdot \overrightarrow{\text{grad } (c_p T + vr)} = \lambda \Delta T + \rho D v \cdot \Delta r$$

Sachant que, pour de l'air humide, le nombre de Prandtl est pratiquement égal au nombre de Schmidt, on a :

$$Pr = \frac{c_p \mu}{\lambda}$$

$$Sc = \frac{\mu}{\rho D}$$

d'où

$$\frac{\lambda}{c_p} = \rho D$$

On a donc :

$$\begin{aligned} \rho \frac{\delta(c_p T + vr)}{\delta t} + \rho \vec{U} \cdot \overrightarrow{\text{grad}} (c_p T + vr) &= \frac{\lambda}{c_p} (c_p \cdot \Delta T + v \cdot \Delta r) \\ &= \frac{\lambda}{c_p} \Delta(c_p T + vr) \end{aligned}$$

En faisant intervenir l'enthalpie, on a :

$$\rho \frac{\delta i}{\delta t} + \rho \vec{U} \cdot \overrightarrow{\text{grad}} i = \frac{\lambda}{c_p} \Delta i \quad (1.7)$$

1.3 - MODELE SERVANT A L'ANALYSE DIMENSIONNELLE

Les batteries expérimentales faisant l'objet du présent travail sont constituées par des tubes à ailettes circulaires, transversales et à profil rectangulaire. L'écoulement de l'air s'effectue suivant le schéma des courants croisés. Nous allons, par conséquent, limiter notre analyse dimensionnelle à ce seul type de batterie.

Avant d'aborder tout calcul, il convient de remarquer dès à présent que, compte tenu de la complexité géométrique, d'une part des tubes à ailettes, et d'autre part du faisceau, le nombre des facteurs de forme sera particulièrement élevé. Aussi allons-nous procéder en deux étapes : dans la première, nous ferons apparaître les paramètres généraux et les facteurs de forme inhérents à la géométrie des tubes à ailettes, puis, dans la seconde, nous compléterons le système par les facteurs de forme rattachés à la géométrie du faisceau.

En premier lieu, nous allons nous référer à un modèle constitué par un seul et unique tube à ailettes soumis à une veine d'air normale à l'axe du tube, et de section suffisamment grande pour être considérée comme infinie (voir fig.1).

Les conditions aux limites sont :

- Au loin :
 - Température de l'air = T_o
 - Humidité absolue de l'air = r_o
 - Enthalpie de l'air = $i_o = c_p T_o + vr_o$
 - Vitesse = u_o
- A la surface du tube de base : La température en tout point de la paroi du tube de base est maintenue constante et égale à T_{sb} .

1.4 - VARIABLES REDUITES

Il convient de transformer toutes les variables contenues dans les équations générales en variables réduites marquées d'un astérisque de la façon suivante :

- On se réfère à : d pour les longueurs,
- u_o pour les composantes des vitesses,
- ρu_o^2 pour les pressions.

Pour les température, humidité absolue et enthalpie, on pose :

$$\begin{aligned} T^* &= \frac{T - T_o}{T_{sb} - T_o} \\ r^* &= \frac{r - r_o}{r_{sb} - r_o} \\ i^* &= \frac{i - i_o}{i_{sb} - i_o} \end{aligned}$$

Notons que r_{sb} et i_{sb} sont les grandeurs relatives à l'état de saturation de l'air humide à la température T_{sb} .

Nota : Le régime d'écoulement étant permanent en moyenne, dorénavant on traitera les équations générales en moyenne. Pour les besoins de l'analyse dimensionnelle, cela revient à supprimer les dérivées partielles par rapport au temps.

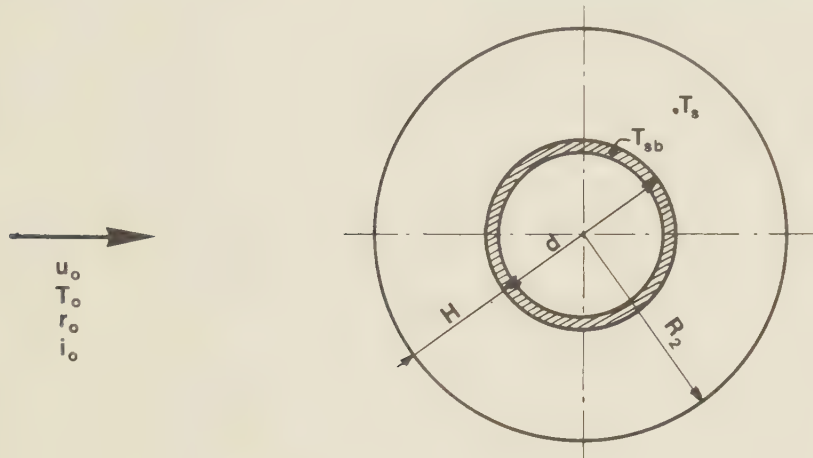


Fig.1 - Modèle servant à l'analyse dimensionnelle

1.5 - ANALYSE DIMENSIONNELLE DE L'ÉCOULEMENT DYNAMIQUE

Les équations (1.1) et (1.2) s'écrivent :

$$\frac{\partial u_x^*}{\partial x^*} + \frac{\partial u_y^*}{\partial y^*} + \frac{\partial u_z^*}{\partial z^*} = 0 \quad (1.8)$$

$$\left. \begin{aligned} u_x^* \frac{\partial u_x^*}{\partial x^*} + u_y^* \frac{\partial u_x^*}{\partial y^*} + u_z^* \frac{\partial u_x^*}{\partial z^*} &= - \frac{\partial p^*}{\partial x^*} + \frac{L^* u_x^*}{Re_0} \\ u_x^* \frac{\partial u_y^*}{\partial x^*} + u_y^* \frac{\partial u_y^*}{\partial y^*} + u_z^* \frac{\partial u_y^*}{\partial z^*} &= - \frac{\partial p^*}{\partial y^*} + \frac{L^* u_y^*}{Re_0} \\ u_x^* \frac{\partial u_z^*}{\partial x^*} + u_y^* \frac{\partial u_z^*}{\partial y^*} + u_z^* \frac{\partial u_z^*}{\partial z^*} &= - \frac{\partial p^*}{\partial z^*} + \frac{L^* u_z^*}{Re_0} \end{aligned} \right\} \quad (1.9)$$

$$Re_0 = \frac{\rho u_0 d}{\mu}$$

Les conditions aux limites sont :

$$\begin{aligned} & - \text{au loin} \quad u_x^* = 1, \quad u_y^* = u_z^* = 0 \\ & - \text{à la surface du tube à ailettes :} \\ & \quad u_x^* = u_y^* = u_z^* = 0 \end{aligned}$$

La solution du système des équations (1.8) et (1.9) est fonction des variables d'espace x^* , y^* , z^* , et de tous les paramètres intervenant dans les conditions aux limites, soit Re_0 et les facteurs de forme relatifs à la géométrie du tube à ailettes qui sont :

$$\frac{\pi a}{d} = \text{pas des ailettes,}$$

$$\frac{e}{d} = \text{épaisseur des ailettes,}$$

$$\frac{H}{d} = \text{hauteur des ailettes.}$$

On a donc :

$$u_x^* = f_x(x^*, y^*, z^*, Re_0, \frac{\pi a}{d}, \frac{e}{d}, \frac{H}{d})$$

$$u_y^* = f_y(x^*, y^*, z^*, Re_0, \frac{\pi a}{d}, \frac{e}{d}, \frac{H}{d})$$

$$u_z^* = f_z(x^*, y^*, z^*, Re_0, \frac{\pi a}{d}, \frac{e}{d}, \frac{H}{d})$$

$$p^* = f_p(x^*, y^*, z^*, Re_0, \frac{\pi a}{d}, \frac{e}{d}, \frac{H}{d})$$

1.6 - ANALYSE DIMENSIONNELLE DES PHENOMENES DE TRANSFERT

Examinons ce qui se passe pour une ailette.

1.6.1. - CAS OU LA RÉPARTITION DE LA TEMPÉRATURE DE SURFACE DE L'AILETTE EST CONSTANTE ET ÉGALE A CELLE DU TUBE DE BASE ($T_s = T_{sb}$) : ANALOGIE ENTRE TRANSFERT DE CHALEUR ET TRANSFERT DE MASSE.

C'est un cas particulier très difficile à réaliser pratiquement; néanmoins, c'est le seul pour lequel il existe une analogie parfaite entre le transfert de chaleur et celui de masse, aboutissant à la relation de Lewis. Pratiquement, ce cas se réalise approximativement lorsque l'efficacité de l'ailette est très près de l'unité.

a) Analogie entre transfert de chaleur et transfert de masse.

Ecrivons les équations (1.4) et (1.5) avec les variables réduites :

$$\vec{U}^* \cdot \overrightarrow{\text{grad}}^* r^* = \frac{\Delta^* r^*}{Re_0 \cdot Sc} \quad (1.4 \text{ bis})$$

$$\vec{U}^* \cdot \overrightarrow{\text{grad}}^* T^* = \frac{\Delta^* T^*}{Re_0 \cdot Pr} \quad (1.5 \text{ bis})$$

Les conditions aux limites sont :

$$\begin{aligned} & - \text{au loin} \quad r^* = 0 \quad \text{et} \quad T^* = 0 \\ & - \text{à la surface du tube à ailettes} \\ & \quad r^* = 1 \quad \text{et} \quad T^* = 1 \end{aligned}$$

Compte tenu de ce que nous avons trouvé précédemment pour $\vec{U}^*$, nous avons :

$$r^* = f_r(x^*, y^*, z^*, Re_O, Sc, \frac{\pi a}{d}, \frac{e}{d}, \frac{H}{d})$$

$$T^* = f_T(x^*, y^*, z^*, Re_O, Pr, \frac{\pi a}{d}, \frac{e}{d}, \frac{H}{d})$$

Constatant que les équations (1.4 bis) et (1.5 bis) sont analogues, et que leurs conditions aux limites sont respectivement les mêmes, on peut dire que leurs solutions sont également analogues. Par conséquent, les fonctions f_r et f_T ont la même forme.

En un point quelconque pris à la surface de l'ailette de coordonnées x_s^*, y_s^*, z_s^* , on peut définir un coefficient de transfert de masse h_D et un coefficient de transfert de chaleur h de la façon suivante :

$$\text{— densité de flux de masse de la vapeur d'eau } \dot{m}_v = h_D (r_O - r_s)$$

$$\text{— densité de flux de chaleur sensible } \phi_s = h (T_O - T_s)$$

Les lois de Fick et de Fourier nous permettent d'écrire :

$$h_D (r_O - r_s) = - \rho D \left(\frac{\delta r}{\delta n} \right)_s$$

$$h (T_O - T_s) = - \lambda \left(\frac{\delta T}{\delta n} \right)_s$$

$$\text{soit : } h_D (r_O - r_s) = - \rho D \frac{(r_{sb} - r_O)}{d} \left(\frac{\delta r^*}{\delta n^*} \right)_s$$

$$h (T_O - T_s) = - \lambda \frac{(T_{sb} - T_O)}{d} \left(\frac{\delta T^*}{\delta n^*} \right)_s$$

Sachant que $r_s = r_{sb}$ et $T_s = T_{sb}$, on a :

$$\frac{h_D d}{\rho D} = \left(\frac{\delta r^*}{\delta n^*} \right)_s$$

$$\frac{hd}{\lambda} = \left(\frac{\delta T^*}{\delta n^*} \right)_s$$

$$\text{Posons } Sh = \frac{h_D d}{\rho D} \quad (\text{nombre de Sherwood})$$

$$Nu = \frac{hd}{\lambda} \quad (\text{nombre de Nusselt})$$

Compte tenu de ce que nous avons trouvé pour $\vec{U}^*$, r^* et T^* , on a :

$$Sh = f(x_s^*, y_s^*, z_s^*, Re_O, Sc, \frac{\pi a}{d}, \frac{e}{d}, \frac{H}{d})$$

$$Nu = f(x_s^*, y_s^*, z_s^*, Re_O, Pr, \frac{\pi a}{d}, \frac{e}{d}, \frac{H}{d})$$

b) Relation de Lewis

Rappelons que, pour l'air humide on a, avec une bonne approximation : $Pr = Sc$, ce qui entraîne $\frac{\lambda}{c_p} = \rho D$ d'où $Sh = Nu$, c'est-à-dire :

$$\frac{h_D D}{\rho D} = \frac{h D}{\lambda}$$

$$\text{d'où la relation de Lewis : } Le = \frac{h}{c_p h_D} = 1$$

Remarque : Lorsque le nombre de Prandtl diffère sensiblement du nombre de Schmidt, CHILTON et COLBURN [4] suggèrent d'écrire la relation de Lewis sous la forme :

$$Le = \left(\frac{Sc}{Pr} \right)^{2/3}$$

1.6.2 - CAS OU LA REPARTITION DE LA TEMPERATURE DE SURFACE DE L'AILETTE N'EST PAS CONSTANTE : TRANSFERT D'ENTHALPIE

Pratiquement, il est impossible de maintenir l'ailette à une température constante en tout point de sa surface, en effet, il se crée, au sein du métal, une distribution de température qui dépend, d'une part des lois qui régissent la conduction thermique dans un corps solide, et d'autre part, des conditions de transfert de chaleur superficiel par convection et par condensation. Seule la température de paroi du tube de base T_{sb} peut être imposée et nous allons la considérer comme telle.

Par conséquent, dans le présent cas, la surface de l'ailette ne constitue plus une frontière sur laquelle on trouve des conditions indépendantes pouvant servir de conditions aux limites. Il nous reste la ressource de nous référer à la paroi du tube de base dont la température est imposée pour constituer une condition aux limites.

Ainsi, le domaine que nous allons étudier comprend, non seulement l'espace occupé par le mélange gazeux, mais aussi celui occupé par l'ailette, réduisant ainsi fictivement le tube à ailettes à un simple tube lisse sans ailette.

D'autre part, si, en tout point pris dans la masse du mélange gazeux, il existe deux potentiels de transfert qui sont représentés respectivement par deux variables indépendantes T et r , dans le métal de l'ailette une seule variable subsiste, c'est la température du métal T_s . Cette discontinuité nous renseigne, d'ores et déjà, qu'il ne sera pas possible de séparer le transfert de chaleur sensible du transfert de masse, comme dans le cas précédent. Par conséquent, il convient d'étudier l'évolution de la chaleur totale dont le flux se conserve dans tout le domaine considéré. Cette chaleur totale étant atteinte par l'enthalpie, le potentiel de transfert à considérer sera donc la variable i .

Tout d'abord, définissons un coefficient h_i , que nous appellerons coefficient de transfert d'enthalpie, par la relation du type de Fourier suivante :

$$\phi_t = h_i (i_s - i_o)$$

ϕ_t étant la densité de flux local d'enthalpie massique.

Notons que h_i a les mêmes dimensions que le coefficient de transfert de masse h_D .

1°) Distribution d'enthalpie dans l'espace occupé par l'ailette

L'épaisseur de l'ailette est suffisamment petite pour admettre que les isothermes dans le métal sont des surfaces dont les génératrices sont normales aux deux faces de l'ailette. Par conséquent, le problème est ramené à un problème plan. La distribution de la température T_s dans l'ailette s'écrit :

$$\lambda_a e \cdot \Delta T_s = h_i (i_s - i_o)$$

e étant le demi-épaisseur de l'ailette et λ_a la conductibilité du métal de l'ailette. Notons d'autre part que i_s est l'enthalpie de l'air saturé à la température T_s . Il existe une correspondance biunivoque entre ces deux grandeurs. La fonction qui les relie n'a pas une forme analytique connue; il existe bien des formules empiriques plus ou moins compliquées selon l'approximation désirée. En ce qui concerne le cas présent, puisque l'on ne s'intéresse qu'à des ailettes de bonne efficacité, les variations de T_s entre la base et le sommet de l'ailette sont relativement faibles, nous pouvons admettre, avec une bonne approximation, que i_s et T_s sont liés par la relation linéaire :

$$i_s = \alpha T_s + \beta$$

α et β seront considérés comme des constantes pour un domaine de température dans lequel on effectuera un ensemble d'expériences.

D'où l'on a :

$$\frac{\lambda_a e}{\alpha} \cdot \Delta i_s = h_i (i_s - i_o)$$

Notons que i_s représente l'enthalpie afférente au fluide dans les conditions de condensation et n'est qu'une variable utile dans le problème de l'ailette, sans pour cela qu'elle ait un sens physique dans l'ailette.

Passons en variables réduites :

$$\frac{\lambda_a e}{\alpha d^2} \cdot \Delta i_s^* = h_i \cdot i_s^*$$

Rappelons que :

$$i_s^* = \frac{i_s - i_o}{i_{sb} - i_o}$$

Posons : $Nu_i = \frac{h_i c_p d}{\lambda}$ que nous appellerons provisoirement par nombre de Nusselt enthalpique.

Soit :

$$\frac{\lambda_a}{\lambda} \cdot \frac{e}{d} \cdot \frac{c_p}{\alpha} \cdot \Delta i_s^* = Nu_i \cdot i_s^* \quad (1.10)$$

2°) Distribution d'enthalpie dans la couche limite

Elle est donnée par l'équation (1.7) que nous allons écrire avec les variables réduites :

$$\vec{U} \cdot \overrightarrow{\text{grad}} i^* = \frac{\Delta i^*}{Re_o \cdot Pr} \quad (1.11)$$

3°) Conditions de raccordement entre l'ailette et la couche limite, et conditions aux limites

a) Conditions de raccordement : continuité du flux de chaleur.

A la surface de l'ailette la densité de flux de chaleur totale s'écrit :

$$h_i (i_s - i_o) = \lambda \left(\frac{\delta T}{\delta n} \right)_s + \rho Dv \left(\frac{\delta r}{\delta n} \right)_s$$

Sachant que $\frac{\lambda}{c_p} = \rho D$ on a :

$$\begin{aligned} h_i (i_s - i_o) &= \frac{\lambda}{c_p} \left[\frac{\delta (c_p T + vr)}{\delta n} \right]_s \\ &= \frac{\lambda}{c_p} \left(\frac{\delta i}{\delta n} \right)_s \end{aligned}$$

Passons en variables réduites :

$$h_i \cdot i_s^* = \frac{\lambda}{c_p d} \left(\frac{\delta i^*}{\delta n^*} \right)_s$$

soit :

$$Nu_i \cdot i_s^* = \left(\frac{\delta i^*}{\delta n^*} \right)_s \quad (1.12)$$

b) Conditions aux limites :

$$\begin{aligned} - \text{au loin} \quad i^* &= 0 \\ - \text{à la paroi du tube de base} \quad i_s^* &= 1 \end{aligned}$$

En résumé :

On a une distribution d'enthalpie dans l'espace extérieur au tube lisse de base régie par le système des équations suivantes :

$$\begin{aligned} - \text{au loin} \quad i^* &= 0 \\ - \text{dans la couche limite} \quad \vec{U}^* \cdot \vec{\text{grad}}^* i^* &= \frac{\Delta^* i^*}{Re_o \cdot Pr} \\ - \text{à la surface de l'ailette} \quad Nu_i \cdot i_s^* &= \left(\frac{\delta i^*}{\delta n^*} \right)_s \\ - \text{dans l'ailette} \quad \frac{\lambda}{\lambda} \cdot \frac{a}{d} \cdot \frac{e}{\alpha} \cdot \frac{c_p}{\alpha} \cdot \Delta^* i_s^* &= Nu_i \cdot i_s^* \\ - \text{à la paroi du tube de base} \quad i^* = i_s^* &= 1 \end{aligned}$$

Ce système est entièrement déterminé. Ses solutions analytiques ne sont pas connues et une étude plus complète du problème mathématique relève d'une recherche d'analyse numérique qui ne constitue pas l'objet du présent travail. Nous nous contentons simplement d'en déduire que les solutions pour i^* , i_s^* et Nu_i seraient fonction, d'une part, des paramètres d'espace, et d'autre part, de tous les paramètres contenus dans les différentes équations de ce système, soit :

$$Re_o, Pr, \frac{\lambda \cdot a \cdot e \cdot c_p}{\lambda \cdot d \cdot \alpha}, \frac{e}{d}, \frac{H}{d}, \frac{\pi a}{d}$$

Remarques :

1) Puisque $\frac{e}{d}$ est un paramètre indépendant, il convient de réduire le paramètre $\frac{\lambda \cdot a \cdot e \cdot c_p}{\lambda \cdot d \cdot \alpha}$ en $\frac{\lambda \cdot a \cdot c_p}{\lambda \cdot \alpha}$ afin que ce dernier soit aussi un paramètre indépendant.

2) A première vue, il est intéressant de remarquer que le Nu_i local dépend des caractéristiques du fluide (λ , c_p , α) et de la caractéristique du solide (λ_a). Cet ensemble de paramètres entre dans la variable réduite $\frac{\lambda \cdot a \cdot c_p}{\lambda \cdot \alpha}$. Ceci correspond au fait que le champ d'enthalpie local est déterminé par l'ensemble du phénomène et non seulement par i_s et i_o .

Finalement on a :

$$i^* = f_i(x^*, y^*, z^*, Re_o, Pr, \frac{\lambda \cdot a \cdot c_p}{\lambda \cdot \alpha}, \frac{\pi a}{d}, \frac{e}{d}, \frac{H}{d})$$

$$i_s^* = f_s(x_s^*, y_s^*, z_s^*, Re_o, Pr, \frac{\lambda_a c_p}{\lambda \alpha}, \frac{\pi a}{d}, \frac{e}{d}, \frac{H}{d})$$

$$Nu_i = f_N(x_s^*, y_s^*, z_s^*, Re_o, Pr, \frac{\lambda_a c_p}{\lambda \alpha}, \frac{\pi a}{d}, \frac{e}{d}, \frac{H}{d})$$

Remarques :

1) Ainsi nous venons de voir que, faute d'une répartition de température constante dans l'ailette, il n'est pas possible de séparer le transfert de chaleur sensible du transfert de masse. Cependant, à la suite d'une expérimentation, il est toujours possible de trouver, par calcul numérique, un nombre de Nusselt et un nombre de Sherwood caractérisant respectivement le transfert de chaleur sensible et le transfert de masse. Toutefois, ces nombres, ainsi trouvés, n'ont pas une signification générale car ils dépendent des conditions expérimentales, en l'occurrence de T_o , r_o et T_{sb} .

2) Dans le cas où la répartition de température dans l'ailette est constante, si l'on considère le transfert d'enthalpie, on trouvera sans difficulté que :

$$h_i = h_D$$

et la relation de Lewis s'écrit :

$$h_i = h_D = \frac{h}{c_p}$$

1.7 - COEFFICIENT DE TRANSFERT D'ENTHALPIE MOYEN

Rappelons que l'on définit l'efficacité de l'ailette comme le rapport du flux de chaleur absorbé réellement par l'ailette au flux fictif qui aurait lieu si l'enthalpie de surface en tout point de l'ailette était maintenue égale à i_{sb} , soit :

$$\eta = \frac{\int_{(A_a)} h_i (i_o - i_s) d\sigma}{(i_o - i_{sb}) \int_{(A_a)} h_i d\sigma}$$

On définit d'autre part le coefficient de transfert d'enthalpie moyen par l'expression suivante :

$$h_i = \frac{\int_{(A_a)} h_i d\sigma}{A_a}$$

D'où le nombre de Nusselt enthalpique moyen :

$$Nu_i = \frac{\int_{(A_a)} Nu_i d\sigma}{A_a}$$

Par conséquent on a :

$$\eta = \frac{\int_{(A_a)} Nu_i \cdot i_s^* \cdot d\sigma}{\overline{Nu}_i \cdot A_a}$$

Compte tenu de ce que nous avons trouvé pour Nu_i et i_s^* précédemment, on a :

$$\overline{Nu}_i = F_N (Re_o, Pr, \frac{\lambda a c p}{\lambda \alpha}, \frac{\pi a}{d}, \frac{e}{d}, \frac{H}{d})$$

$$\eta = F_\eta (Re_o, Pr, \frac{\lambda a c p}{\lambda \alpha}, \frac{\pi a}{d}, \frac{e}{d}, \frac{H}{d})$$

Comme, expérimentalement, on ne peut que mesurer le flux global absorbé par l'ailette qui est :

$$\Delta \Phi = \int_{(A_a)} h_i (i_o - i_s) d\sigma$$

seul le produit $\eta \overline{h}_i$ est connu, soit :

$$\eta \overline{h}_i = \frac{\Delta \Phi}{(i_o - i_{sb}) A_a}$$

$$d'où : \quad \eta \cdot \overline{Nu}_i = \frac{c p \cdot d \cdot \Delta \Phi}{\lambda (i_o - i_{sb}) A_a}$$

Comme η et $\overline{Nu}_i$ sont fonction des mêmes paramètres, il ne sera pas possible de les isoler à partir des résultats expérimentaux. Pour résoudre ce problème il nous reste la ressource de formuler l'hypothèse suivante qui permettra de déterminer analytiquement η puis d'isoler $\overline{Nu}_i$:

On suppose que le coefficient de transfert d'enthalpie est le même en tout point de l'ailette et égal au coefficient moyen $\overline{h}_i$.

Et on déterminera η à partir de l'équation :

$$\frac{\lambda a e}{\alpha} \cdot \Delta i_s = \overline{h}_i (i_s - i_o)$$

On trouvera le calcul complet de η dans la deuxième partie de cet exposé.

Remarques :

1) Certes, l'hypothèse que nous venons de formuler ne correspond pas parfaitement à la réalité. Pour qu'aucun doute ne subsiste dans notre esprit à propos de cette hypothèse, disons que c'est plutôt un procédé conventionnel, c'est-à-dire qui n'a rien de réel, afin d'isoler η et $\overline{Nu}_i$. Il suffira, au moment où l'on passera aux applications pratiques, de reconstituer, par ce même procédé, le produit $\eta \cdot \overline{Nu}_i$ qui est réel, puisque c'est une grandeur mesurée expérimentalement. Néanmoins, on pourrait estimer que les valeurs de η ainsi obtenues auraient de bonnes approximations lorsqu'elles ne s'écarteront pas trop de l'unité. C'est le cas en pratique puisque l'on ne s'intéresse qu'à des ailettes de bonne efficacité.

2) D'autre part, signalons, dès à présent, un fait particulièrement intéressant qui résulte des observations expérimentales que nous avons effectuées, c'est que $\overline{Nu}_i$ ainsi isolé est pratiquement indépendant du paramètre $\frac{\lambda a c p}{\lambda \alpha}$, celui-ci n'intervenant que dans l'expression analytique de η . C'est donc une raison de plus qui nous encourage à admettre d'emblée ce procédé conventionnel.

1.8 - EXTENSION DES RESULTATS D'ANALYSE DIMENSIONNELLE OBTENUS DU MODELE MONO-TUBULAIRE AU MODELE MULTITUBULAIRE

Pour aboutir aux résultats précédents nous nous sommes référés à un modèle simple, comportant un seul et unique tube à ailettes. C'était un moyen pour dégager les paramètres généraux de manière intelligible. En réalité, une batterie comporte plusieurs tubes à ailettes disposés en faisceau, suivant une géométrie bien déterminée. En général, on peut classer les batteries en deux familles qui diffèrent par la configuration de leur faisceau : l'une correspondant au maillage dit "en ligne", l'autre au maillage dit "en quinconce" (fig.2).

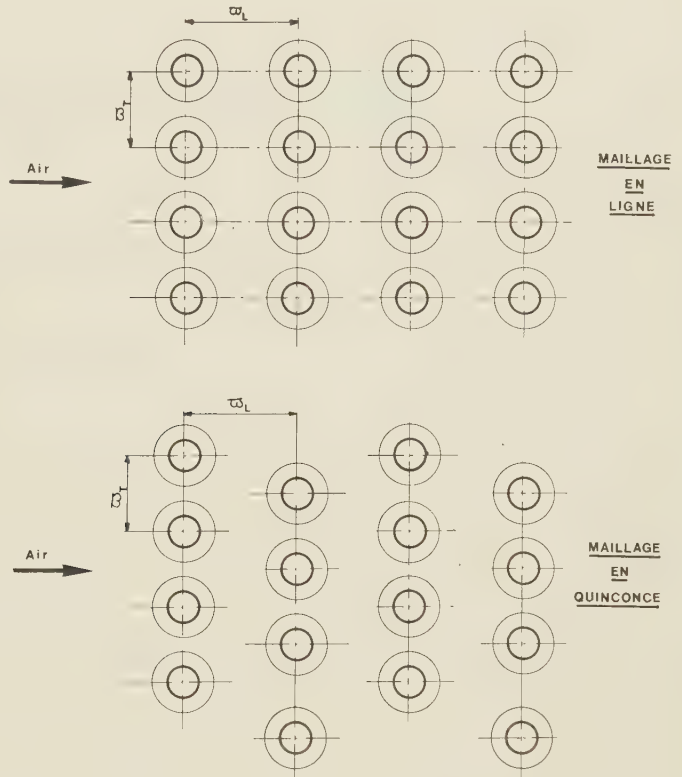


Fig.2 - Modèle multitubulaire

Dans tous les cas, les tubes à ailettes sont disposés en rideaux successifs et perpendiculaires à la direction de l'écoulement de l'air. La distance d'entr'axes de deux tubes consécutifs d'un même rideau est appelée "pas transversal" du maillage (noté π_T), et la distance d'entr'axes de deux rideaux consécutifs est appelée "pas longitudinal" du maillage (noté π_L).

L'extension des résultats obtenus du modèle monotubulaire au modèle multitubulaire pourrait être faite moyennant l'introduction des facteurs de forme inhérents à la géométrie du faisceau, à savoir :

$$\frac{\pi_L}{d}, \quad \frac{\pi_T}{d} \quad \text{et} \quad n \quad (\text{nombre de rideaux}).$$

En conséquence, pour chaque type de maillage (en ligne ou en quinconce), le nombre de Nusselt enthalpique moyen du rideau j sera fonction des paramètres suivants :

$$\overline{Nu}_{ij} = F \left(Re_o, Pr, \frac{\lambda_a c_p}{\lambda_{a_j}}, \frac{\pi_T}{d}, \frac{e}{d}, \frac{H}{d}, \frac{\pi_T}{d}, \frac{\pi_L}{d}, n \right)$$

Notons que $\overline{h}_{ij}$ est rapporté à l'enthalpie moyenne de mélange de l'air dans la section libre située immédiatement en amont du rideau j .

Si l'on impose la même température de surface de base à tous les rideaux de la batterie, on a :

$$\text{quel que soit } j : T_{sbj} = T_{sb} = \text{Cte} \rightarrow \alpha_j = \alpha = \text{Cte}$$

et le nombre $\overline{Nu}_{ij}$ peut être étendu à l'ensemble de la batterie :

$$\text{quel que soit } j : \overline{Nu}_{ij} = \overline{Nu}_i = F(Re_o, Pr, \frac{\lambda_c p}{\lambda \alpha}, \frac{\pi a}{d}, \frac{e}{d}, \frac{H}{d}, \frac{\pi T}{d}, \frac{\pi L}{d}, n).$$

2 - APPLICATIONS AU CALCUL NUMERIQUE DES BATTERIES A AILETTES FONCTIONNANT COMME REFROIDISSEURS D'AIR HUMIDE AVEC CONDENSATION

2.1 - GENERALITES

Nous avons vu, dans la première partie de cet exposé, qu'il serait possible de représenter au mieux le transfert de chaleur et de masse, dans le cas général de distribution de température de surface, par un coefficient de transfert d'enthalpie h_1 . Le calcul d'une batterie à ailettes destinée à fonctionner en refroidisseur d'air humide avec condensation est entièrement basé sur la connaissance, à priori, du coefficient h_1 . Cela suppose que l'on ait déjà effectué un ensemble d'expériences auparavant. Or cette étude expérimentale ne peut nous fournir qu'une valeur moyenne $\bar{h}_1$, définie comme étant une grandeur constante sur toute l'étendue des surfaces d'échange de la batterie, qui donnerait les mêmes résultats finaux, et cela moyennant l'introduction conventionnelle de la notion de l'efficacité de l'ailette. Nous allons montrer ci-après comment on calcule une batterie à partir de la connaissance de $\bar{h}_1$.

2.2 - CONSTITUTION D'UNE BATTERIE A AILETTES (Fig. 3)

Avant d'aborder tout calcul, il est bon de dire quelques mots sur la constitution d'une batterie à ailettes, afin de faciliter la compréhension de ce qui va suivre.

Dans le processus de l'écoulement croisé de l'air, il est indispensable de disposer les tubes à ailettes en serpentins constitués par plusieurs passes. Pour former une batterie, il suffit de superposer les serpentins les uns sur les autres de manière à constituer des rideaux successifs. Chaque rideau représente une passe de la batterie. L'air s'écoule normalement au plan de chaque passe.

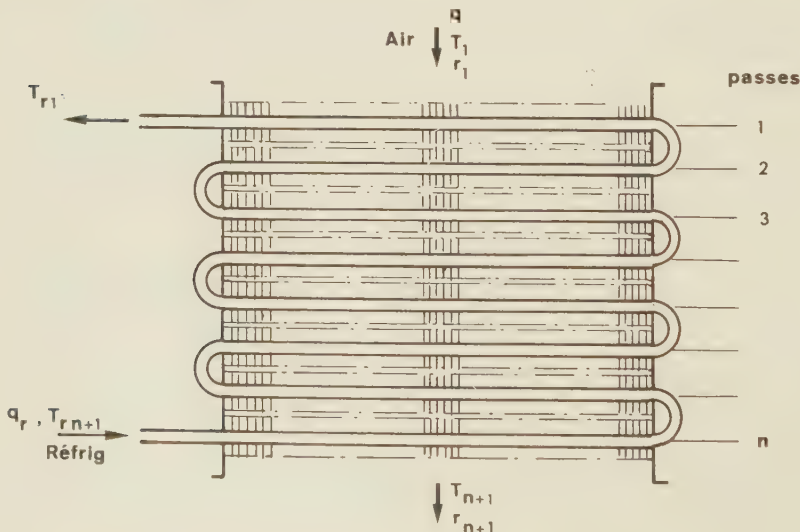


Fig.3 - Batterie à ailettes en écoulement croisé

2.3 - EFFICACITE DE L'AILLETTE CIRCULAIRE A PROFIL RECTANGULAIRE

Puisque l'on suppose que $\bar{h}_1$ est constant sur toute l'étendue des surfaces d'échange, les isothermes, à l'intérieur du métal de l'aillette, admettent l'axe du tube comme axe de révolution. D'autre part, l'épaisseur de l'aillette est suffisamment faible pour assimiler ces isothermes à des cylindres. Le problème est donc un problème plan. Il convient d'opérer en coordonnées polaires.

Soit R_1 et R_2 les rayons respectifs de la base et du sommet de l'aillette.

En considérant la demi-aillette, on a :

$$\frac{\lambda_a \cdot e}{\alpha} \cdot \Delta i_s = \bar{h}_1 (i_s - i_o)$$

Rappelons que i_o représente l'enthalpie moyenne de mélange localisée immédiatement en amont du tube à ailettes considéré. En explicitant, on a :

$$\frac{\lambda_a e}{\alpha} \left[\frac{d^2 i_s}{dR^2} + \frac{1}{R} \frac{di_s}{dR} \right] - \bar{h}_1 (i_s - i_o) = 0$$

Posons :

$$i_s^* = \frac{i_s - i_o}{i_{sb} - i_o} \quad \text{et} \quad M = \left(\frac{\bar{h}_1 \alpha}{\lambda_a e} \right)^{1/2}$$

On a :

$$\frac{d^2 i_s^*}{dR^2} + \frac{1}{R} \frac{di_s^*}{dR} - M^2 i_s^* = 0$$

La solution générale de cette équation s'écrit :

$$i_s^* = C_1 I_0(MR) + C_2 K_0(MR)$$

I_n et K_n sont les fonctions de Bessels modifiées de première et seconde espèces d'ordre n .

Les conditions aux limites sont :

- à la base de l'aillette $R = R_1$ on a $i_s^* = 1$;

- au sommet de l'aillette $R = R_2$ on néglige le flux absorbé soit $\left(\frac{di_s^*}{dR} \right)_{R=R_2} = 0$.

Sans entrer dans les détails des calculs C_1 et C_2 qui ne présentent aucune difficulté, on trouve :

$$i_s^* = \frac{K_1(MR_2) \cdot I_0(MR) + I_1(MR_2) \cdot K_0(MR)}{K_1(MR_2) \cdot I_0(MR_1) + I_1(MR_2) \cdot K_0(MR_1)} \quad (2.1)$$

Dès lors, par définition on a :

$$\eta = \frac{2\pi \bar{h}_1 \int_{R_1}^{R_2} (i_s - i_o) R \cdot dR}{\pi (R_2^2 - R_1^2) \cdot \bar{h}_1 (i_{sb} - i_o)}$$

$$\eta = \frac{2 \int_{R_1}^{R_2} i_s^* \cdot R \cdot dR}{(R_2^2 - R_1^2)}$$

Pour effectuer la dernière intégrale on remarque que :

$$\frac{d}{dR} \left(R \frac{di_s^*}{dR} \right) = R \frac{d^2 i_s^*}{dR^2} + \frac{di_s^*}{dR} = M^2 \cdot R \cdot i_s^*$$

d'où :

$$i_s^* \cdot R = \frac{1}{M^2} \cdot \frac{d}{dR} \left(R \frac{di_s^*}{dR} \right)$$

On a donc :

$$\eta = \frac{2}{M^2 (R_2^2 - R_1^2)} \int_{R_1}^{R_2} \frac{d}{dR} \left(R \frac{di_s^*}{dR} \right) dR$$

L'intégrale précédente est toute effectuée. On a :

$$\eta = \frac{2}{M^2 (R_2^2 - R_1^2)} \left[R_2 \left(\frac{di_s^*}{dR} \right)_{R=R_2} - R_1 \left(\frac{di_s^*}{dR} \right)_{R=R_1} \right]$$

En tenant compte de la deuxième condition aux limites on a :

$$\eta = \frac{-2}{M^2 (R_2^2 - R_1^2)} R_1 \left(\frac{di_s^*}{dR} \right)_{R=R_1}$$

Sachant que $I'_0(x) = I_1(x)$ et $K'_0(x) = -K_1(x)$, et en dérivant (2.1) on trouve :

$$\eta = \frac{2R_1}{M(R_2^2 - R_1^2)} \left[\frac{I_1(MR_2) \cdot K_1(MR_1) - K_1(MR_2) \cdot I_1(MR_1)}{K_1(MR_2) \cdot I_0(MR_1) + I_1(MR_2) \cdot K_0(MR_1)} \right] \quad (2.2)$$

Remarque :

Si l'on veut tenir compte de la résistance thermique du film d'eau qui adhère à la surface de l'ailette, il convient de poser :

$$M = \left[\lambda_a e \left(\frac{\epsilon}{\lambda_e} + \frac{1}{h_1 \alpha} \right) \right]^{-1/2}$$

ϵ étant l'épaisseur du film et λ_e la conductibilité de l'eau. Cependant, cette correction n'apporte qu'une modification négligeable car l'épaisseur ϵ n'est que de quelques centièmes de millimètre.

2.4 - CALCUL DE LA BATTERIE

On supposera que les variations de la température de surface des tubes de base T_{sb} sont suffisamment réduites sur toute l'étendue de la batterie, afin que α puisse être considéré comme constant, donc η .

Si, après un premier calcul, on s'aperçoit que cette hypothèse n'est pas remplie avec une bonne approximation, il convient de faire un découpage de la batterie en éléments comportant chacun un nombre de passes plus réduit (à la limite chaque élément correspond à une passe), et opérer avec $\alpha = Cte$ pour chacun d'eux.

Nota : Signalons, à toutes fins utiles, que les résultats expérimentaux que nous avons obtenus montrent que $\bar{h}_i$ est pratiquement indépendant du paramètre $\frac{\lambda_a c_p}{\lambda \alpha}$, donc de α . Aussi nous ne tiendrons pas compte de l'influence de α sur $\bar{h}_i$ dans les calculs ci-après.

Soit (fig.4) :

- A_a = Surface d'une ailette comprenant les deux faces.
- A_b = Portion de surface du tube de base affectée à une ailette.
- δA_r = Portion de surface du tube de base du côté fluide réfrigérant affectée à une ailette.
- n = Nombre de passes de la batterie.
- m = Nombre d'ailettes par passe.
- i_j et i_{j+1} = Enthalpies moyennes de mélange de l'air, respectivement à l'entrée et à la sortie de la passe j .
- T_{rj} et T_{rj+1} = Températures moyennes de mélange du fluide réfrigérant, respectivement à la sortie et à l'entrée de la passe j (pour un écoulement à contre-courant).
- q = Débit massique de l'air humide.
- q_r = Débit massique du fluide réfrigérant.
- h_r = Coefficient de transfert de chaleur moyen du côté réfrigérant.
- c_p = Chaleur massique de l'air humide.
- c_{pr} = Chaleur massique du fluide réfrigérant.

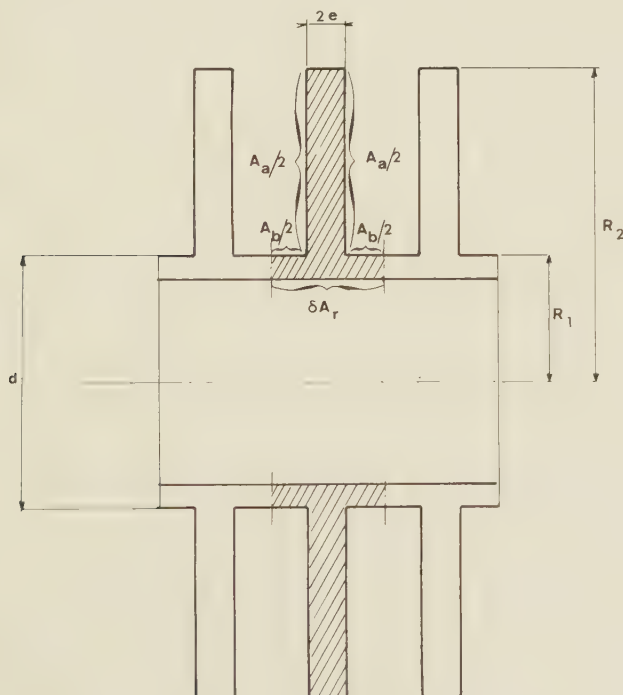


Fig.4 - Coupe longitudinale d'un tube à ailettes transversales à profil rectangulaire

Les variations de la température du fluide réfrigérant à travers une passe sont négligeables, la température de surface du tube base T_{sb} peut être considérée comme constante le long de la passe, donc i_{sb} .

Examinons d'abord la première passe.

Par définition du coefficient de transfert d'enthalpie moyen $\bar{h}_i$, le flux de chaleur totale évacué par la passe n°1 s'écrit :

$$\begin{aligned}\Delta\phi_1 &= m A_b \bar{h}_i (i_1 - i_{sb1}) + m \bar{h}_i \int_{R_1}^{R_2} (i_1 - i_{s1}) 2\pi R \cdot dR \\ &= m A_b \bar{h}_i (i_1 - i_{sb1}) + m A_a \eta \bar{h}_i (i_1 - i_{sb1})\end{aligned}$$

$$\text{Soit :} \quad \Delta\phi_1 = m \bar{h}_i (\eta A_a + A_b) (i_1 - i_{sb1}) \quad (2.3)$$

En faisant le bilan de la chaleur totale cédée par l'air, on a :

$$\Delta\phi_1 = q (i_1 - i_2)$$

d'où :

$$i_2 = i_1 - \frac{m \bar{h}_i (\eta A_a + A_b)}{q} (i_1 - i_{sb1}) \quad (2.4)$$

Examinons maintenant ce qui se passe du côté fluide réfrigérant :

Le coefficient de transfert de chaleur moyen h_r étant rapporté à la différence entre la température de surface locale et la température moyenne de mélange du fluide réfrigérant dans la section locale, on montre, sans difficulté, que le flux de chaleur absorbé par le fluide est :

$$\begin{aligned}\Delta\phi_1 &= m \cdot \delta A_r h_r \frac{(T_{sb1} - T_{r2}) - (T_{sb1} - T_{r1})}{\text{Log}_e \frac{(T_{sb1} - T_{r2})}{(T_{sb1} - T_{r1})}} \\ &= m \cdot \delta A_r h_r \frac{(T_{r1} - T_{r2})}{\text{Log}_e \frac{(T_{sb1} - T_{r2})}{(T_{sb1} - T_{r1})}}\end{aligned} \quad (2.5)$$

Le bilan thermique effectué sur le réfrigérant donne :

$$\Delta\phi_1 = q_r c_{pr} (T_{r1} - T_{r2}) \quad (2.6)$$

En éliminant $(T_{r1} - T_{r2})$ entre (2.5) et (2.6) on trouve :

$$\text{Log}_e \frac{(T_{sb1} - T_{r2})}{(T_{sb1} - T_{r1})} = \frac{m \cdot \delta A_r h_r}{q_r c_{pr}}$$

Posons :

$$\gamma_r = \frac{m \cdot \delta A_r h_r}{q_r c_{pr}}$$

On a alors :

$$T_{r2} = T_{sb1} - (T_{sb1} - T_{r1}) e^{\gamma_r} \quad (2.7)$$

Nous voyons que, si l'on connaît i_{sb1} et T_{sb1} , les relations (2.4) et (2.7) donnent i_2 et T_{r2} .

Calculons maintenant i_{sb1} et T_{sb1} :

Dans la relation (2.6) remplaçons T_{r2} par sa valeur trouvée en (2.7), on a :

$$\Delta\phi_1 = q_{r,pr} (T_{sb1} - T_{r1}) (e^{\gamma_r} - 1) \quad (2.8)$$

En éliminant $\Delta\phi_1$ entre (2.3) et (2.8), on a :

$$\overline{mh}_i (\eta A_a + A_b) (i_1 - i_{sb1}) = q_{r,pr} (T_{sb1} - T_{r1}) (e^{\gamma_r} - 1)$$

soit :

$$\frac{i_1 - i_{sb1}}{T_{sb1} - T_{r1}} = \frac{q_{r,pr} (e^{\gamma_r} - 1)}{\overline{mh}_i (\eta A_a + A_b)} \quad (2.9)$$

i_{sb1} et T_{sb1} sont les paramètres d'un même état de saturation de l'air. Ils sont liés par une fonction biunivoque dont on ne connaît pas la forme analytique exacte. On possède des tables qui donnent la correspondance entre les deux. A l'aide de ces tables, et à partir de la relation (2.9), il est possible de calculer i_{sb1} et T_{sb1} par approximations successives.

Cependant, il existe une méthode graphique permettant d'effectuer rapidement ce calcul. Elle consiste à opérer de la façon suivante :

$$\text{On pose : } \frac{q_{r,pr} (e^{\gamma_r} - 1)}{\overline{mh}_i (\eta A_a + A_b)} = \cotg \theta$$

Notons que $\cotg \theta$ est ici une grandeur dimensionnelle, homogène à une chaleur massique. Toutefois, moyennant une précaution que nous préciserons plus loin, on lui restitue la signification trigonométrique habituelle.

$$(2.9) \text{ s'écrit donc : } \frac{i_1 - i_{sb1}}{T_{sb1} - T_{r1}} = \cotg \theta \quad (2.10)$$

Dès lors, si on opère sur un diagramme (fig.5) ayant pour coordonnées rectangulaires (i , T) dont les axes sont gradués avec le même module, afin que $\cotg \theta$ ait un sens trigonométrique, la relation (2.10) montre clairement que le point $C_1 (i_{sb1}, T_{sb1})$ est à l'intersection de la courbe de saturation avec la droite $B_1 C_1$ issue de $B_1 (i_1, T_{r1})$ et faisant l'angle θ avec l'ordonnée de B_1 .

Ainsi, connaissant i_{sb1} et T_{sb1} , il nous est donc possible de calculer i_2 et T_{r2} à partir des relations (2.4) et (2.7), et $\Delta\phi_1$ avec l'une quelconque des relations précédentes qui le contiennent.

En partant de i_2 et T_{r2} nous effectuerons le même calcul pour la deuxième passe, et ainsi de proche en proche, jusqu'à la dernière passe.

D'une manière générale, on a :

$$\frac{i_j - i_{sbj}}{T_{sbj} - T_{rj}} = \frac{q_{r,pr} (e^{\gamma_r} - 1)}{\overline{mh}_i (\eta A_a + A_b)} = \cotg \theta \quad (2.11)$$

$$i_{j+1} = i_j - \frac{\overline{mh}_i (\eta A_a + A_b)}{q} (i_j - i_{sbj}) \quad (2.12)$$

$$T_{rj+1} = T_{sbj} - (T_{sbj} - T_{rj}) e^{\gamma_r} \quad (2.13)$$

$$\Delta\phi_j = q (i_j - i_{j+1}) = q_r c_{pr} (T_{rj} - T_{rj+1}) \quad (2.14)$$

Le flux de chaleur échangé entre les deux fluides es' donc :

$$\phi = \sum_{j=1}^{j=n} \Delta\phi_j \quad (2.15)$$

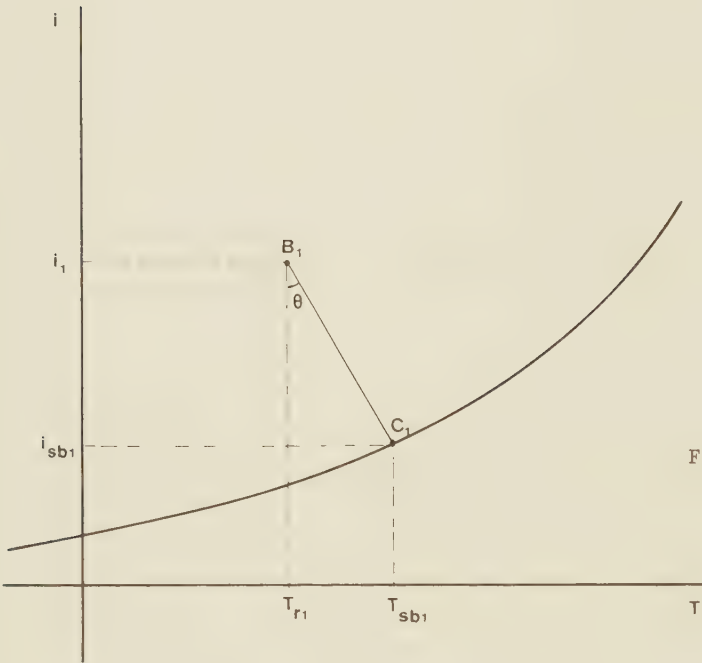


Fig.5 - Calcul graphique de i_{sb} et T_{sb}

2.5 - PROCEDES DE CALCUL

Nous constatons que nous avons à faire à un calcul par itération dont chaque pas correspond à une passe. Un calcul numérique manuel est assez pénible. Aussi est-il préférable de le confier à un ordinateur qui l'effectue automatiquement. Cependant, encore à l'heure actuelle, il n'est pas permis à tout le monde d'avoir accès à ce moyen puissant de calcul, alors on pourrait employer la méthode graphique exposée plus loin, qui n'égale certes pas l'ordinateur en rapidité et en précision, mais qui a le net avantage d'être moins fastidieuse et plus rapide que la méthode numérique manuelle.

2.5.1 - CALCUL AUTOMATIQUE

Etant donné la rapidité et la précision avec lesquelles l'ordinateur opère, il serait bien dommage de ne pas en profiter afin d'améliorer la précision du calcul que nous allons lui soumettre.

Aussi allons-nous tenir compte de la variation de α d'une passe à l'autre; chaque passe aura donc sa propre valeur de η (noté η_j pour la passe j). Bien entendu cela suppose que les coefficients de transfert sont connus avec une grande précision; sinon la qualité de calcul que nous recherchons ne sera que superflue.

Avant d'aborder tout calcul, il convient de trouver une formule empirique qui représente, avec une bonne approximation, l'enthalpie de l'air saturé en fonction de la température (on en trouvera une en annexe). Soit :

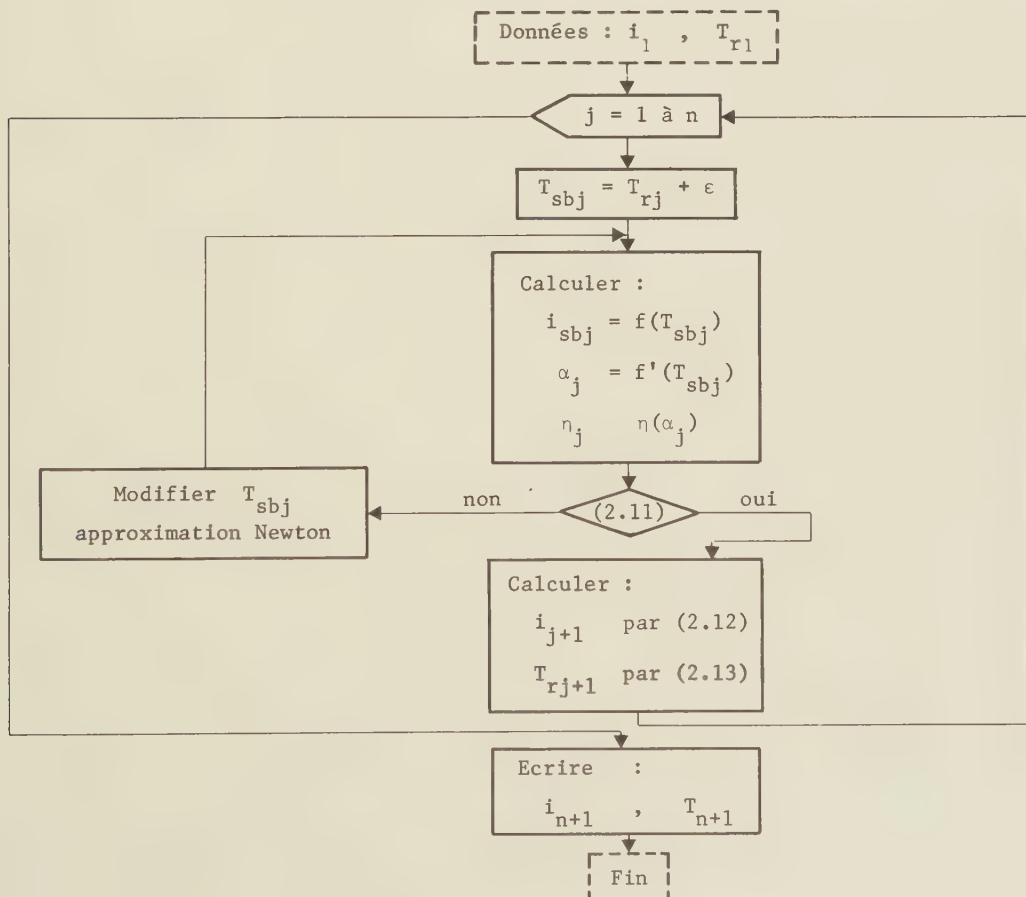
$$i_{\text{sat}} = f(T_{\text{sat}})$$

$$\alpha_j = \left(\frac{di_{\text{sat}}}{dT_{\text{sat}}} \right)_{T_{\text{sat}}=T_{\text{sbj}}}$$

Le calcul va s'opérer de la manière suivante :

On s'occupe d'abord de la première passe. On initialise la température de surface de base T_{sb1} à une valeur judicieusement choisie afin de réduire le temps de calcul par approximations successives (par exemple $T_{\text{sb1}} = T_{\text{r1}} + \epsilon$). Ensuite on calcule, dans l'ordre, $i_{\text{sb1}} = f(T_{\text{sb1}})$, $\alpha_1 = f'(T_{\text{sb1}})$, puis η_1 . Connaissant ces grandeurs, on vérifie la relation (2.11). Si elle n'est pas vérifiée, on corrige T_{sb1} en utilisant une méthode d'approximation quelconque (méthode de Newton par exemple), et on refait les mêmes calculs. On procède ainsi par approximations successives jusqu'à ce que (2.11) soit vérifié. A ce stade le calcul de la première passe est terminé; on opérera de même pour la deuxième passe, et ainsi de proche en proche jusqu'à la $n^{\text{ième}}$ passe, c'est-à-dire la dernière passe.

ORGANIGRAMME DE CALCUL



2.5.2 - CALCUL GRAPHIQUE (Fig. 6)

On utilisera un diagramme (i, T) dont les axes sont gradués avec le même module. On considérera la variation de α .

1°) Lieu des points $B_j (i_j, T_{rj})$

On a :
$$\Delta\phi_j = q (i_j - i_{j+1}) = q_{r\text{cpr}} (T_{rj} - T_{rj+1})$$

d'où :
$$\frac{i_j - i_{j+1}}{T_{rj} - T_{rj+1}} = \frac{q_{r\text{cpr}}}{q}$$

En généralisant, on a :

$$\frac{i_1 - i_2}{T_{r1} - T_{r2}} = \frac{i_2 - i_3}{T_{r2} - T_{r3}} = \dots\dots\dots = \frac{i_{j-1} - i_j}{T_{rj-1} - T_{rj}} = \frac{q_{r\text{cpr}}}{q}$$

d'où :
$$\frac{i_1 - i_j}{T_{r1} - T_{rj}} = \frac{q_{r\text{cpr}}}{q}$$

posons :
$$\frac{q_{r\text{cpr}}}{q} = \text{tg } \phi$$

Ainsi le lieu des points B_j de coordonnées i_j et T_{rj} est la droite issue de $B_1 (i_1, T_{r1})$ faisant l'angle ϕ avec l'axe des T .

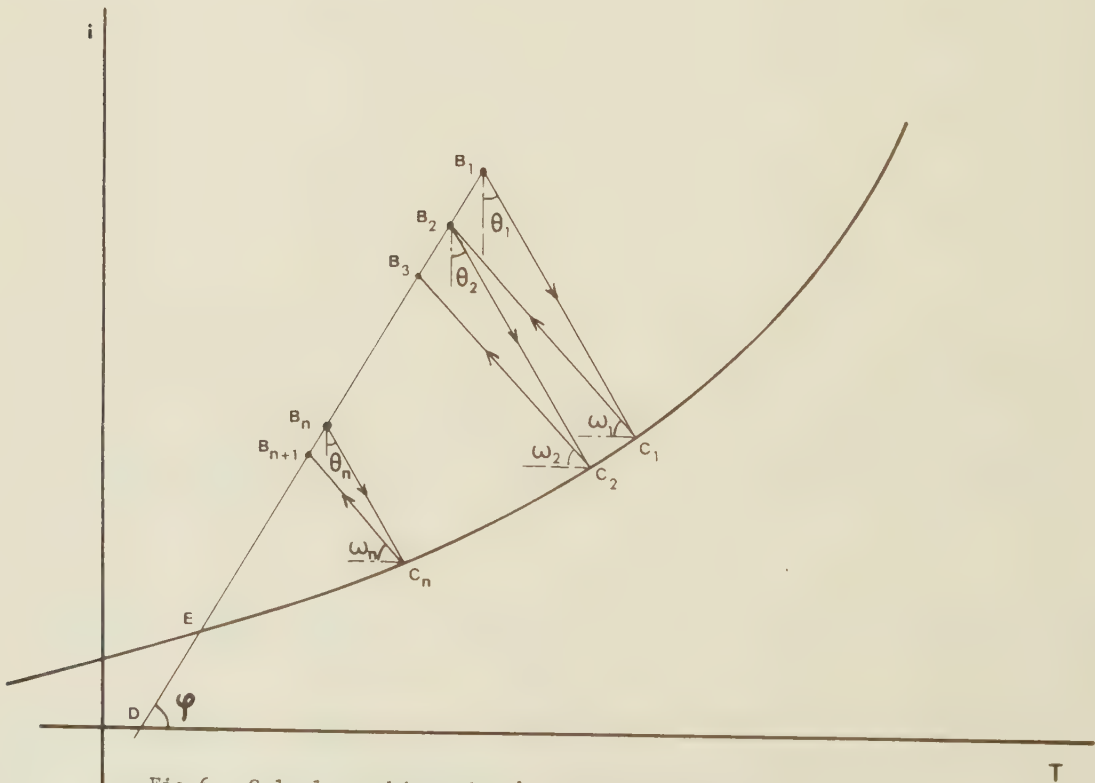


Fig.6 - Calcul graphique de l'évolution de l'enthalpie massique à travers la batterie

2°) Recherche des points $B_j (i_j, T_{rj})$.

On procède de proche en proche à la construction graphique en partant du point $B_1(i_1, T_{r1})$ de la manière suivante :

Supposons que nous en sommes à la passe j . On recherche d'abord le point $C_j(i_{sbj}, T_{sbj})$ en procédant comme suit :

Avec un peu d'entraînement on peut situer la zone où va être le point $C_j(i_{sbj}, T_{sbj})$ sur la courbe de saturation, afin d'y relever la valeur de α_j . Alors on construit la droite $B_j C_j$ issue de B_j faisant l'angle θ_j avec l'ordonnée de B_j tel que :

$$\cot \theta_j = \frac{q_r c_{pr} (e^{\gamma_r} - 1)}{m \bar{h}_i (\eta_j A_a + A_b)}$$

A partir du point C_j ainsi obtenu, on va pouvoir trouver le point $B_{j+1}(i_{j+1}, T_{rj+1})$ de la manière suivante :

La relation (2.12) peut s'écrire :

$$i_{j+1} - i_{sbj} = (i_j - i_{sbj}) \left[1 - \frac{m \bar{h}_i (\eta_j A_a + A_b)}{q} \right] \quad (2.16)$$

De même, pour (2.13) :

$$T_{sbj} - T_{rj+1} = (T_{sbj} - T_{rj}) e^{\gamma_r} \quad (2.17)$$

En divisant membre à membre (2.16) et (2.17), on a :

$$\begin{aligned} \frac{i_{j+1} - i_{sbj}}{T_{sbj} - T_{rj+1}} &= \left(\frac{i_j - i_{sbj}}{T_{sbj} - T_{rj}} \right) \left[1 - \frac{m \bar{h}_i (\eta_j A_a + A_b)}{q} \right] e^{-\gamma_r} \\ &= \cotg \theta_j \left[1 - \frac{tg \phi}{\cotg \theta_j} (e^{\gamma_r} - 1) \right] e^{-\gamma_r} \\ &= e^{-\gamma_r} (\cotg \theta_j + tg \phi) - tg \phi \end{aligned} \quad (2.18)$$

Posons :

$$e^{-\gamma_r} (\cotg \theta_j + tg \phi) - tg \phi = tg \omega_j$$

On a donc :

$$\frac{i_{j+1} - i_{sbj}}{T_{sbj} - T_{rj+1}} = tg \omega_j$$

Dès lors cette relation montre que le point $B_{j+1}(i_{j+1}, T_{rj+1})$ se trouve à l'intersection de la droite $C_j B_{j+1}$ faisant l'angle ω_j avec l'abscisse de C_j et de la droite DB_1 qui est le lieu des points B_j .

Finalement on aboutit au point $B_{n+1}(i_{n+1}, T_{rn+1})$ qui correspond aux conditions de sortie de l'air de la batterie.

Remarque : si l'on se contente d'une première approximation , on pourra admettre une valeur moyenne pour α constante sur toutes les passes, le temps de calcul se sera réduit notablement car les angles θ_j et ω_j seront les mêmes quel que soit j , et le calcul consistera à tracer des droites parallèles.

3 - ETUDE EXPERIMENTALE

3.1 - BUT

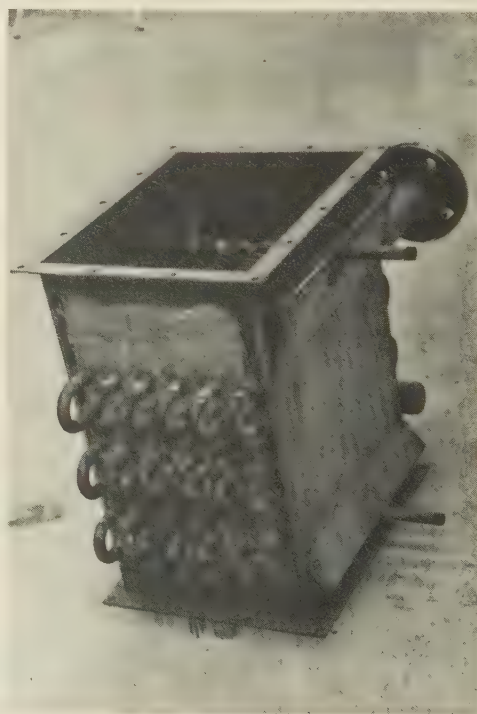
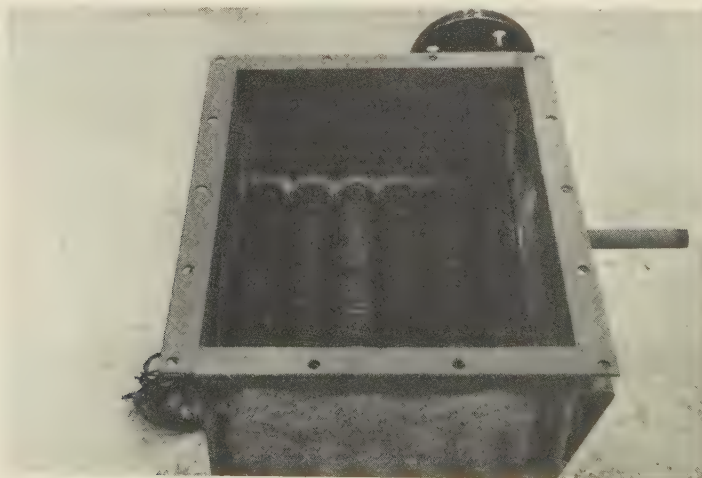
Dans la première partie de cet exposé, l'analyse dimensionnelle , faite à partir des équations générales, nous a montré que le transfert de chaleur et de masse en moyenne, dans une batterie à ailettes fonctionnant comme refroidisseur d'air humide à écoulement croisé , peut être représenté, dans le cas général , par le nombre de Nusselt enthalpique Nu_1 qui dépend, pour chaque type de maillage, des paramètres suivants :

$$\overline{Nu}_1 = F (Re_o , Pr , \frac{\lambda a p}{\lambda \alpha} , \frac{e}{d} , \frac{H}{d} , \frac{\pi a}{d} , \frac{\pi T}{d} , \frac{\pi L}{d} , n)$$

Une étude expérimentale complète consisterait à faire varier, pour un type de maillage donné, chacun des paramètres afin de déduire une formule empirique qui les lie à $\overline{Nu}_1$. Or, les paramètres géométriques sont particulièrement nombreux, l'expérimentation devrait porter sur un nombre très important de batteries.

Cependant, pratiquement, la technologie de construction des tubes à ailettes et des batteries ne permet pas beaucoup de choix de paramètres géométriques. On se préoccupe plutôt de l'influence du nombre de Reynolds qui est susceptible de varier de façon continue dans de larges proportions. On s'interroge également sur la nature du métal à employer, sur le pas des ailettes à adopter.

Aussi, afin de fournir des éléments d'appréciation dans ce sens, nous nous limitons, dans le présent travail, à l'étude de l'influence du nombre de Reynolds , dans le domaine des vitesses couramment utilisées de $\frac{\lambda a p}{\lambda \alpha}$ et de $\frac{\pi a}{d}$.



Batteries expérimentales

3.2 - MODELES EXPERIMENTAUX

Nous nous sommes proposé d'étudier 5 batteries à maillage en ligne. Elles ont en commun les paramètres géométriques que nous n'étudierons pas, c'est-à-dire $\frac{e}{d}$, $\frac{H}{d}$, $\frac{\pi_T}{d}$, $\frac{\pi_L}{d}$ et n (sauf pour la batterie n°2 qui représente des différences sur d et e ; toutefois, pour l'instant, considérons-les comme inexistantes, quitte à en montrer l'influence le moment venu, lors de l'interprétation des résultats obtenus). Elles se divisent en deux groupes : le groupe 1 comprend les batteries 1, 2, 3, qui ont le même pas d'ailettes π_a et diffèrent par la nature de leurs ailettes (cuivre, acier, aluminium); le groupe 2 comprend les batteries 3, 4, 5, qui ont le même métal d'ailettes (aluminium) et diffèrent par leurs pas d'ailettes.

3.3 - EXPERIENCES REALISEES ET EXPLOITATION DES RESULTATS OBTENUS

Pour chaque batterie nous avons effectué deux séries d'expériences, l'une correspondant au fonctionnement avec condensation, c'est-à-dire avec transfert de masse de la vapeur d'eau, et l'autre sans condensation.

3.3.1 - FONCTIONNEMENT AVEC CONDENSATION

a) Transfert d'enthalpie

Chacune des batteries ayant un couple de valeurs de $\frac{\lambda_a c_p}{\lambda \alpha}$, $\frac{\pi_a}{d}$ donné, on a étudié la variation de $\overline{Nu}_i$ en fonction du nombre de Reynolds. Cependant, il convient d'observer les remarques d'ordre pratique ci-après :

1°) Nous avons vu qu'il est nécessaire que tous les tubes de base de la batterie expérimentale soient maintenus à la même température T_{sb} pour que α soit le même pour tous les rideaux. Néanmoins, du fait du flux de chaleur, il n'est pas possible d'avoir la même température T_{sb} sur tous les rideaux. On ne peut que s'efforcer de limiter les variations de T_{sb} en admettant un débit du fluide réfrigérant important, ce qui a pour conséquence, d'une part, de réduire l'écart de température entre l'entrée et la sortie du fluide réfrigérant et, d'autre part, d'avoir un coefficient de transfert de chaleur, côté intérieur tube, élevé. Cependant, comme on le verra par la suite, cela a peu d'importance; en effet, compte tenu de la définition du coefficient moyen $\overline{h}_i$ obtenu à partir de l'efficacité des ailettes calculée analytiquement (Cf § 1.9), les résultats expérimentaux que nous avons obtenus montrent que $\overline{Nu}_i$ ne dépend pratiquement pas de $\frac{\lambda_a c_p}{\lambda \alpha}$, celui-ci n'agissant sensiblement que sur η .

2°) Dans une certaine mesure on pourrait espérer que l'influence de l'épaisseur des ailettes deviendrait négligeable en rapportant le nombre de Reynolds, non plus à la vitesse u_0 mesurée en amont de la batterie, mais à la vitesse de débit u mesurée dans la section de passage qui existe entre les tubes à ailettes d'un même rideau. C'est donc la vitesse maximale atteinte par le mélange gazeux lors de la traversée d'un rideau.

Soit donc :

$$Re = \frac{\rho u d}{\mu}$$

3°) D'autre part, pour tenir compte de l'influence du nombre de Prandtl, il semble raisonnable d'admettre que $\overline{Nu}_i$ soit proportionnel à $Pr^{1/3}$. D'ailleurs, cela n'a que peu d'importance, puisque Pr varie peu.

En somme, pour chaque batterie, nous nous sommes proposé d'obtenir la corrélation :

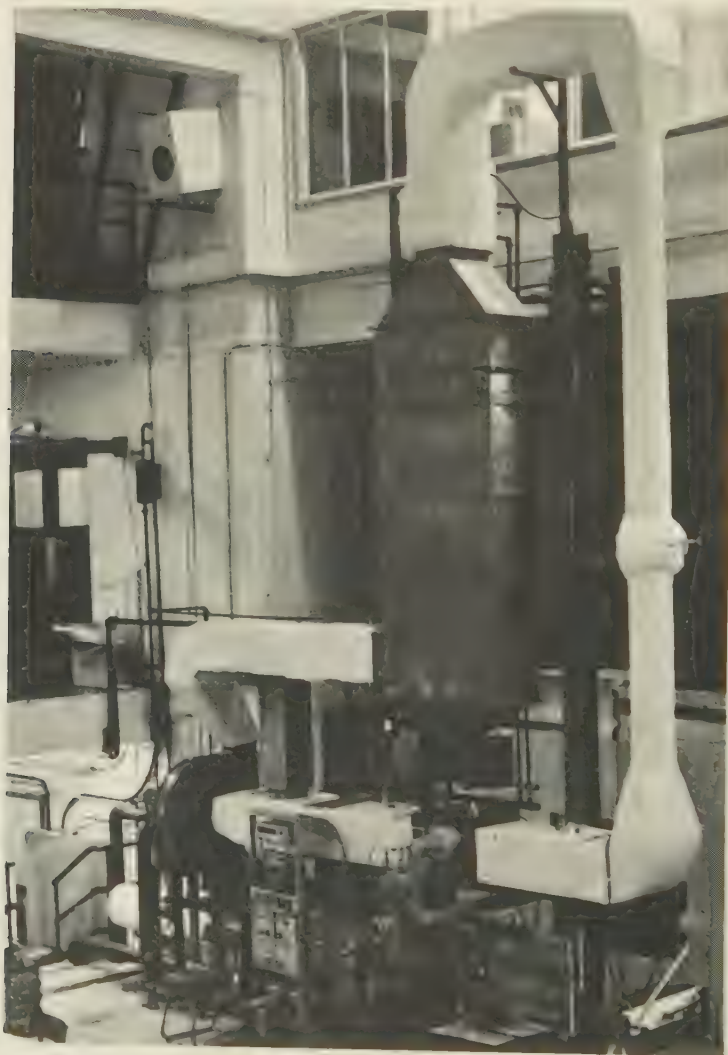
$$\overline{Nu}_i \cdot Pr^{-1/3} = F(Re)$$

Comme on le verra par la suite, les résultats expérimentaux montrent que l'on peut représenter, avec d'excellentes approximations dans le domaine des vitesses d'air couramment utilisées, cette corrélation, sous la forme :

$$\overline{Nu}_i \cdot Pr^{-1/3} = A \cdot Re^a$$

b) Transfert de chaleur sensible et transfert de masse

Dans la première partie de cet exposé, nous avons signalé qu'il n'est pas possible d'isoler le transfert de chaleur sensible et celui de masse indépendamment des conditions expérimentales. Cependant, une fois le calcul du transfert d'enthalpie fait, toutes les conditions aux limites sont numériquement déterminées, il nous est donc possible de calculer, toujours numériquement, $\overline{h}$ et $\overline{h}_D$, puis étudier $\overline{Nu} \cdot Pr^{-1/3}$ et $\overline{Sh} \cdot Sc^{-1/3}$ en fonction de Re , tout comme pour Nu_i . A cette occasion, il est intéressant, d'une part, de savoir ce que devient le nombre de Lewis et, d'autre part, de comparer Nu obtenu avec condensation, avec celui sans condensation.



La soufflerie en fonctionnement

3.3.2 - FONCTIONNEMENT SANS CONDENSATION

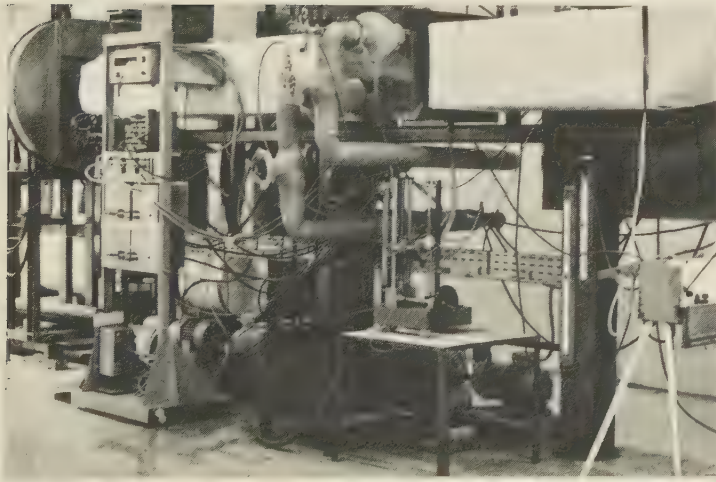
Nous avons également étudié le transfert de chaleur dans ce cas, afin de comparer avec le transfert de chaleur sensible. Comme on le verra par la suite, de cette comparaison nous avons pu tirer des observations fort intéressantes pour les applications pratiques.

3.4 - DISPOSITIF EXPERIMENTAL

3.4.1 - SOUFFLERIE (Fig. 7)

C'est une soufflerie à circuit fermé dont la section de gaine est de 360×275 [mm] . Elle comprend, successivement, dans le sens du soufflage :

- un ventilateur centrifuge à haute pression,
- une batterie de préchauffage à eau chaude ,
- une batterie électrique de régulation du préchauffage,
- un laveur d'air,
- une batterie de réchauffage à eau chaude,
- une batterie électrique de régulation du réchauffage,
- une conduite cylindrique comportant un montage de diaphragme pour mesure de débit d'air,
- une section de mesure amont,
- un nid d'abeille,
- la batterie expérimentale,
- un séparateur de gouttelettes,
- une section de mesure aval,
- une conduite servant de by-pass du ventilateur pour le réglage du débit d'air.



Partie principale de la soufflerie

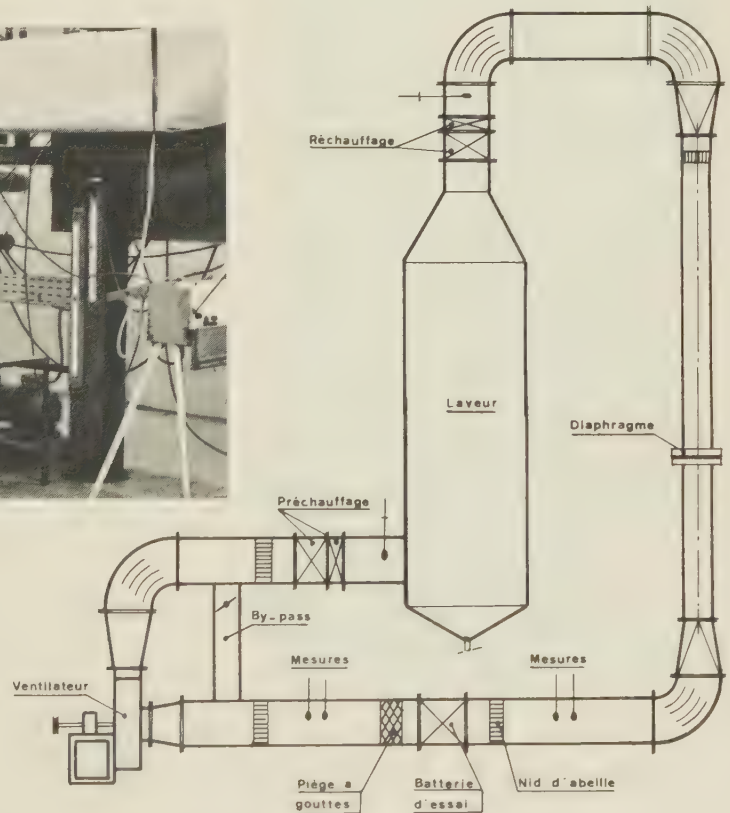


Fig.7 - Soufflerie expérimentale

1°) Ventilateur

Type centrifuge aux caractéristiques suivantes :

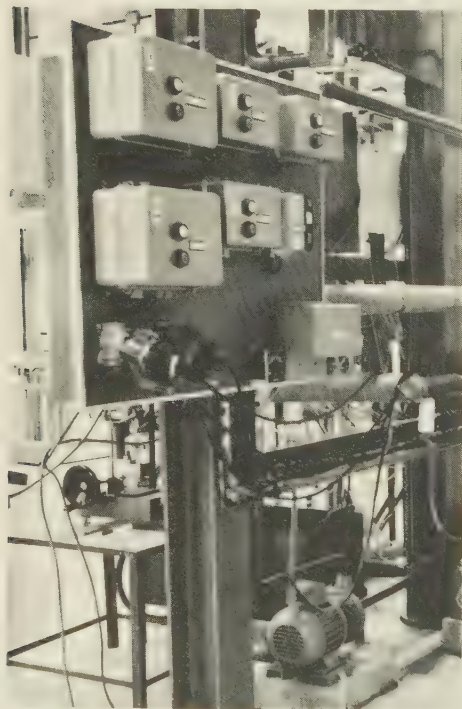
- débit : 2 000 [Nm³/h]
- pression totale : 50 [mb]
- vitesse de rotation : 2 850 [tr/mm]
- transmission par poulie et courroie
puissance : 10 [kW]

2°) Batteries de préchauffage et de réchauffage

Leur section frontale est de 360 × 275 [mm]. Elles comportent, en préchauffage, 4 rangs de tubes à ailettes, et en réchauffage 2 rangs. Les rangs sont indépendants et alimentés séparément en parallèle. Le fluide chauffant est de l'eau chaude à 80 [°C] fournie par la centrale du laboratoire.

3°) Laveur d'air (fig.8)

Section 400 × 1 000 [mm]. Il est du type à empilage. Les corps de remplissage sont des anneaux de Raschig de 25 × 25 [mm]. La hauteur de remplissage est d'un mètre. L'humidification de l'air se fait par pulvérisation d'eau sur l'empilage au travers duquel circule l'air de bas en haut, donc à contre-courant. Au-dessus des pulvérisateurs est disposée une nappe d'anneaux servant de piège à gouttelettes. L'alimentation en eau pour la pulvérisation se fait en circuit fermé à l'aide d'une pompe dont le débit est de 1 [m³/h], à partir d'un réservoir à niveau constant dont l'appoint est assuré par de l'eau de ville.



Organes auxiliaires
de la soufflerie

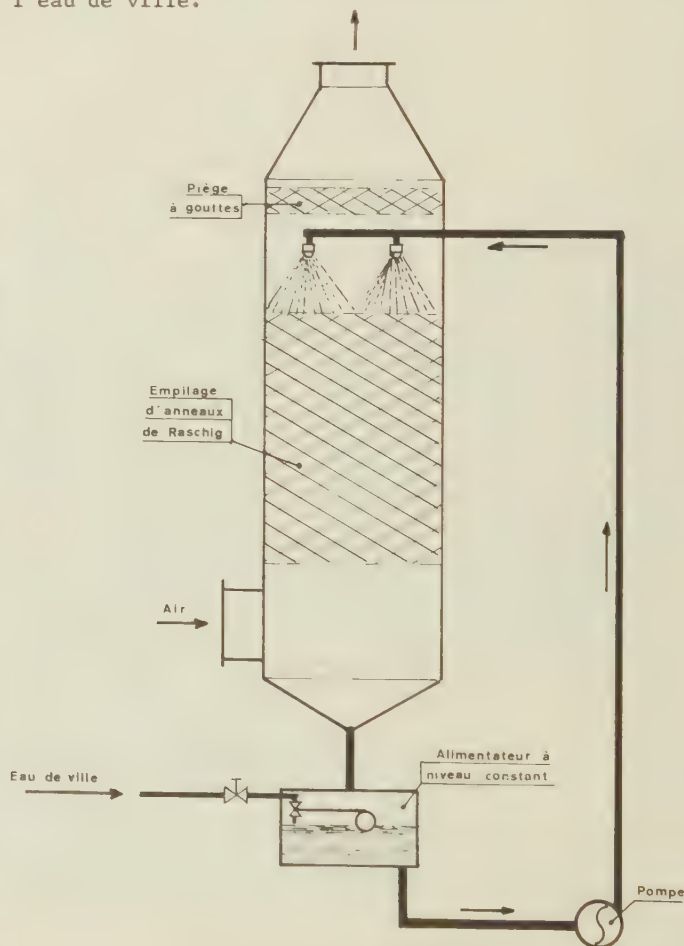


Fig.8 - Laveur d'air

4°) Batteries expérimentales (fig.9)

Elles sont du type à ailettes transversales circulaires. La circulation de l'air se fait suivant le schéma de l'écoulement croisé à contre-courant. Le fluide réfrigérant est de l'eau froide fournie par une sous-station (fig.10) comprenant un échangeur à contre-courant dont le primaire est alimenté par de la saumure produite par la centrale frigorifique du laboratoire, une pompe de circulation du secondaire, et tous les organes nécessaires pour la régulation et le réglage de température et de débit.

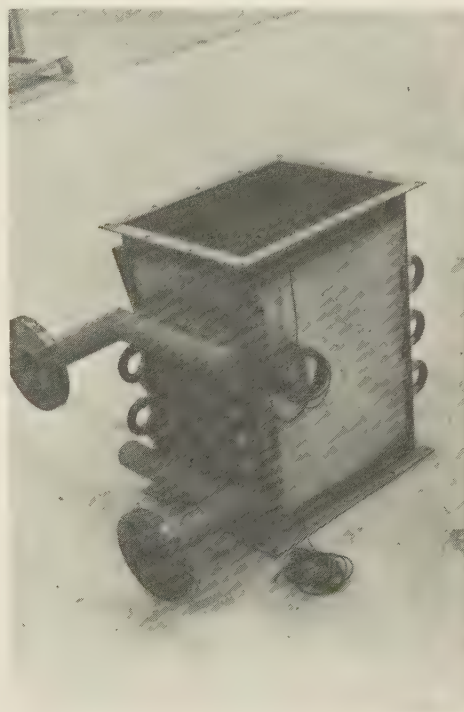
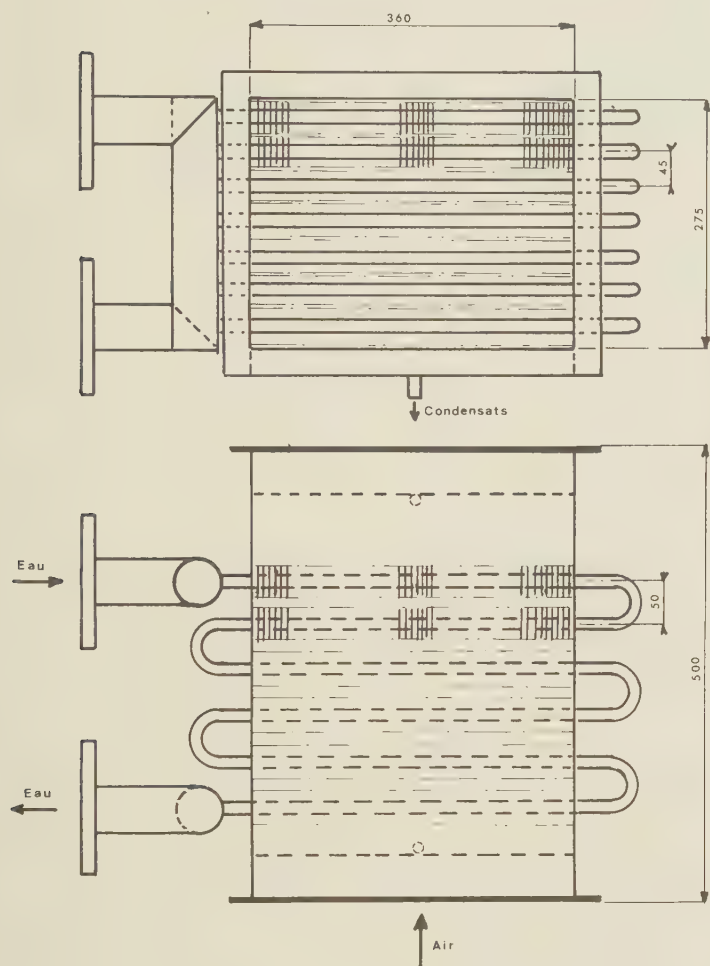


Fig.9 - Batteries expérimentales

Batterie expérimentale

La campagne d'expérimentation a été portée sur 5 batteries. Elles ont en commun les caractéristiques suivantes :

- section frontale : largeur 360 [mm], hauteur 275 [mm],
- 6 rideaux de tubes à ailettes reliés en série, formant ainsi 6 passes,
- chaque rideau comporte 6 tubes à ailettes horizontaux alimentés en parallèle,
- les tubes à ailettes sont disposés dans un maillage en ligne dont les pas transversal et longitudinal sont respectivement de 45 et 50 [mm]. Ils sont constitués par des tubes de base en cuivre et des ailettes transversales circulaires et indépendantes.

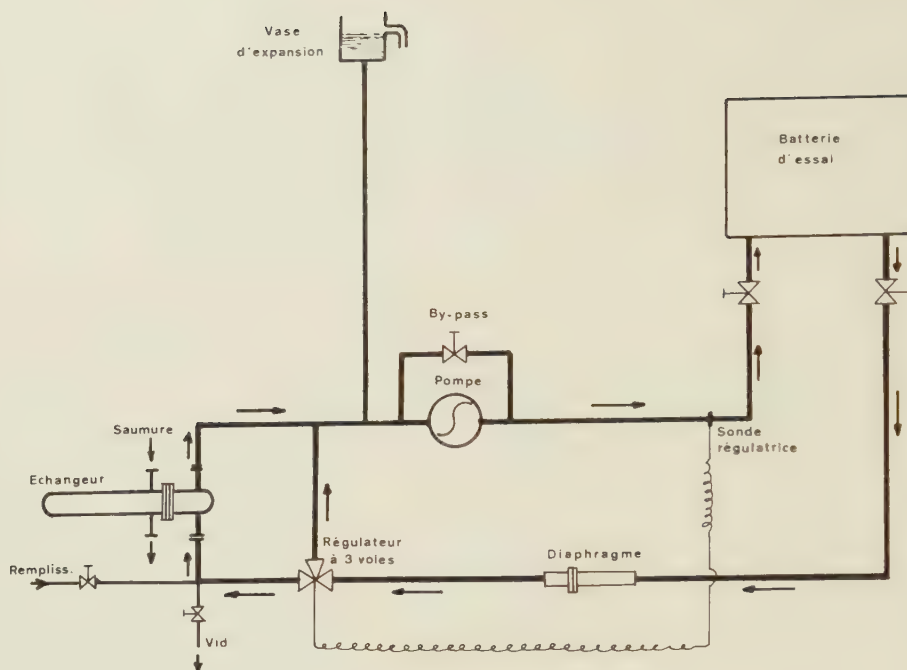


Fig.10 - Circuit d'eau froide

Les cinq batteries diffèrent par les caractéristiques de leurs tubes à ailettes indiquées dans le tableau suivant :

N° Batterie	Tube de base		Ailettes			
	diam. ext. [mm]	diam. int. [mm]	diam. . [mm]	épais. [mm]	pas [mm]	métal
Batterie n°1	16,0	12,8	43,0	0,5	5,0	cuiivre
Batterie n°2	17,0	13,8	43,6	1,0	5,0	acier
Batterie n°3	16,0	12,8	43,0	0,5	5,0	aluminium
Batterie n°4	16,0	12,8	43,0	0,5	3,5	aluminium
Batterie n°5	16,0	12,8	43,0	0,5	7,0	aluminium

3.4.3 - MESURES EFFECTUEES

- débit d'air,
- température sèche de l'air en amont et aval de la batterie,
- température de rosée en amont et aval de la batterie,
- température de l'eau réfrigérante en amont et aval de la batterie,
- débit d'eau réfrigérante,
- débit des eaux condensées,
- perte de charge sur l'air à travers la batterie expérimentale,
- pression atmosphérique.

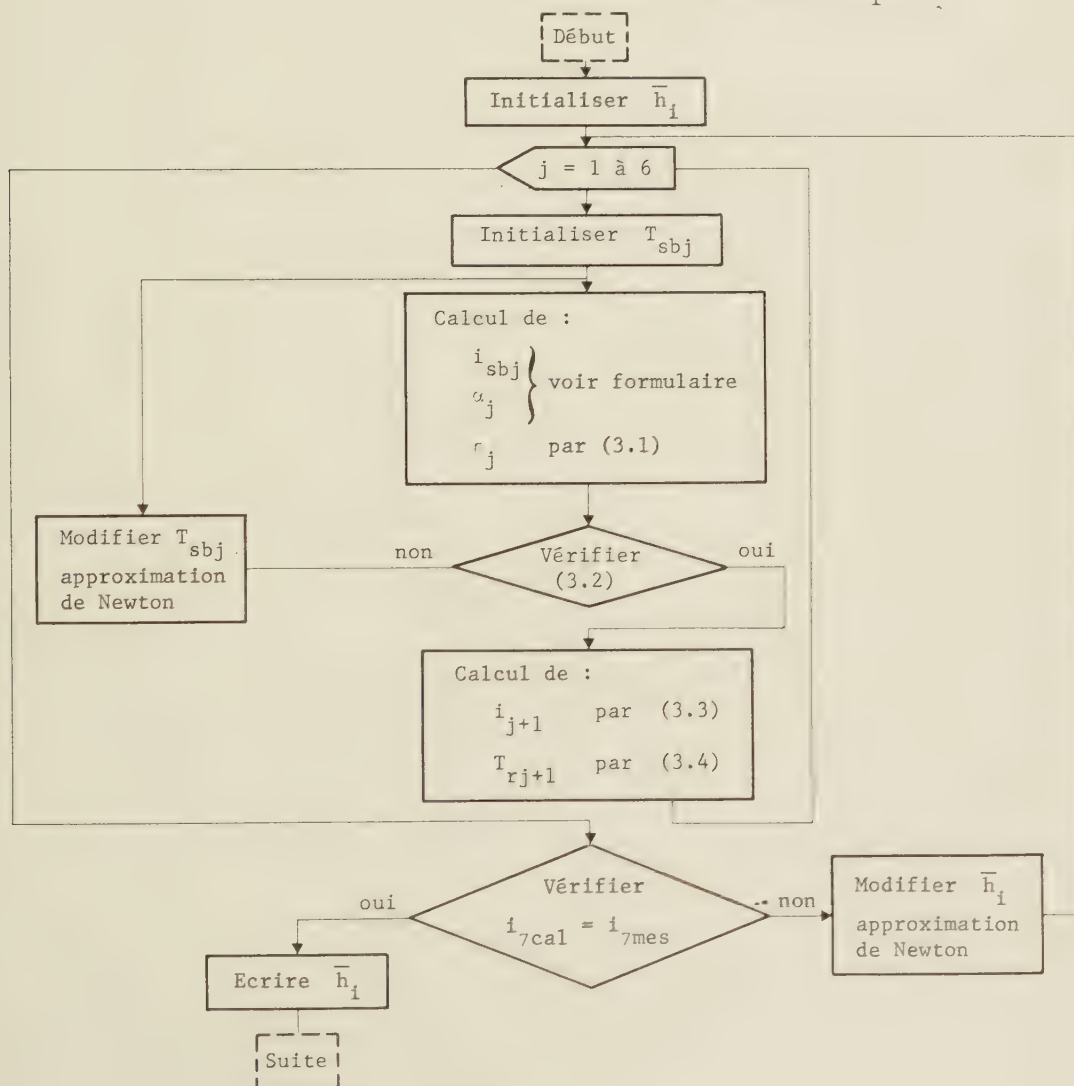
3.4.4. CONTROLE DE LA QUALITE DES MESURES

Il n'est pas possible de contrôler individuellement la qualité de chaque mesure . Toutefois il existe un moyen de contrôle global de l'ensemble des mesures qui consiste à comparer le bilan thermique effectué sur l'air à celui effectué sur l'eau. Cela revient à vérifier l'égalité:

$$q(i_1 - i_7) = c_{pr} q_r (T_{r1} - T_{r7})$$

Pour tous les essais, cette relation a été vérifiée généralement à moins de 2% près pour les fonctionnements sans condensation , et à moins de 4% près pour les fonctionnements avec condensation. Lorsque, dans ce dernier cas, l'écart dépasse 6%, les sondes hygrométriques sont généralement à incriminer; alors il convient de les nettoyer et de les régénérer avec une solution neuve de chlorure de lithium . Les ennuis et retards durant toute la campagne d'expérimentation ont été causés principalement par le mauvais fonctionnement de ces sondes . Toutefois, lorsqu'elles sont bien propres et régénérées, elles donnent des mesures d'une qualité très satisfaisante et probablement qu'aucun autre psychromètre conventionnel ne pourrait donner.

ORGANIGRAMME POUR CALCUL AUTOMATIQUE DU COEFFICIENT DE TRANSFERT D'ENTHALPIE $\bar{h}_i$



3.5 - CALCULS NUMERIQUES DES COEFFICIENTS DE TRANSFERT MOYENS

Pour pouvoir calculer les différents coefficients de transfert, il est indispensable de connaître la température de surface des tubes de base de chaque rideau. Toutefois, les mesures de température de surface sont très délicates, surtout dans les cas où le flux de chaleur est important, comme le nôtre. Les méthodes conventionnelles qui consistent à sertir une sonde de mesure, telle que le thermocouple, fournissent des valeurs souvent entachées d'erreurs non négligeables pouvant fausser considérablement les résultats finaux. D'autant plus que, à cause de la présence des ailettes et de la minceur de la paroi des tubes de base, il serait technologiquement difficile d'obtenir un bon contact thermique entre tube et sonde de mesure. Aussi avons-nous préféré éviter ce genre de mesure en le remplaçant par une mesure du coefficient de transfert h_r du côté eau réfrigérante qui permet d'obtenir T_{sb} par calcul. Le procédé de mesure de h_r que nous avons employé est exposé plus loin.

Pour effectuer tous les calculs ci-après nous nous sommes servis d'un ordinateur IBM 1130, les programmes de calcul étant écrits en langage Fortran.

3.5.1 - FONCTIONNEMENT AVEC CONDENSATION

1°) Coefficient de transfert d'enthalpie

Signalons tout d'abord que les différentes équations utilisées dans ce paragraphe sont celles que nous avons trouvées dans la deuxième partie de cet exposé, relative au calcul des batteries.

a) Le calcul s'opère par approximations successives sur $\bar{h}_1$. Pour démarrer le calcul on initialise $\bar{h}_1$ à une valeur judicieusement choisie afin de réduire le plus possible le temps de calcul.

On effectue ensuite les calculs par itération passe par passe. Supposons que l'on en soit à la passe d'indice j , les calculs se font de la manière suivante :

b) On donne une valeur initiale à la température de paroi du tube de base T_{sbj} légèrement supérieure à T_{rj} , d'où i_{sbj} .

On calcule, dans l'ordre :

$$\alpha_j = \left(\frac{di_{sat}}{dT_{sat}} \right)_{T_{sat}=T_{sbj}}$$

(l'indice sat correspond à la saturation)

$$M_j = \left(\frac{\bar{h}_1 \alpha_j}{\lambda_a e} \right)^{1/2}$$

$$\eta_j = \frac{2R_1}{M_j (R_2^2 - R_1^2)} \left[\frac{I_1(M_j R_2) \cdot K_1(M_j R_1) - K_1(M_j R_2) \cdot I_1(M_j R_1)}{K_1(M_j R_2) \cdot I_0(M_j R_1) + I_1(M_j R_2) \cdot K_0(M_j R_1)} \right] \quad (3.1)$$

Ensuite, on vérifie que la valeur attribuée initialement à T_{sbj} convient à la relation suivante :

$$\frac{i_j - i_{sbj}}{T_{sbj} - T_{rj}} = \frac{q_{rcpr} (e^{\gamma_r} - 1)}{m \bar{h}_1 (\eta_j A_a + A_b)} \quad (3.2)$$

Sinon, reprendre le calcul en (b) avec une autre valeur de T_{sbj} et cela jusqu'à ce que (3.2) soit vérifié.

On calcule ensuite :

$$i_{j+1} = i_j - \frac{\overline{m} \overline{h}_i (\eta_j A_a + A_b)}{q} (i_j - i_{sbj}) \quad (3.3)$$

$$T_{rj+1} = T_{sbj} - (T_{sbj} - T_{rj}) e^{\gamma_r} \quad (3.4)$$

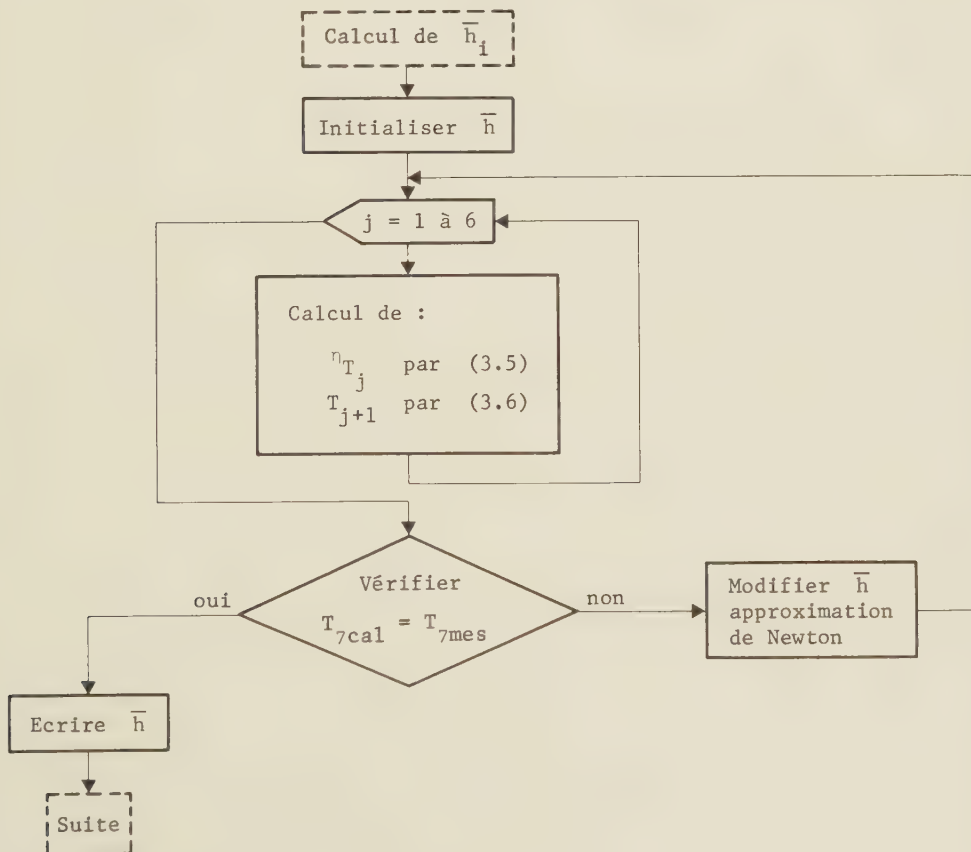
Lorsqu'on aura terminé le calcul correspondant à la dernière passe, c'est-à-dire la sixième passe, on vérifiera que i_7 calculé est égal à i_7 mesuré. Sinon on reprend le calcul en (a) avec une autre valeur de $\overline{h}_i$ et cela jusqu'à la vérification de i_7 .

2°) Coefficient de transfert de chaleur sensible

Il convient de trouver d'abord l'expression de l'efficacité des ailettes en transfert de chaleur sensible η_T .

Considérons la passe j .

ORGANIGRAMME POUR CALCUL AUTOMATIQUE DU COEFFICIENT DE TRANSFERT DE CHALEUR SENSIBLE $\overline{h}$



On définit η_{Tj} par l'expression suivante :

$$\eta_{Tj} = \frac{\int_{(A_a)} (T_j - T_{sj}) d\sigma}{(T_j - T_{sbj}) A_a}$$

Par ailleurs, l'efficacité des ailettes en transfert d'enthalpie qui est connue, s'écrit :

$$\eta_j = \frac{\int_{(A_a)} (i_j - i_{sj}) d\sigma}{(i_j - i_{sbj}) A_a}$$

Sachant que l'on a admis que :

$$i_{sj} = \alpha_j T_{sj} + \beta_j$$

on a :

$$\begin{aligned} \eta_j &= \frac{\int_{(A_a)} (i_j - \alpha_j T_{sj} - \beta_j) d\sigma}{(i_j - i_{sbj}) A_a} \\ &= \frac{\int_{(A_a)} (i_j + \alpha_j (T_j - T_{sj}) - \alpha_j T_j - \beta_j) d\sigma}{(i_j - i_{sbj}) A_a} \\ &= \frac{i_j - \alpha_j T_j - \beta_j}{(i_j - i_{sbj})} + \frac{\alpha_j \int_{(A_a)} (T_j - T_{sj}) d\sigma}{(i_j - i_{sbj}) A_a} \end{aligned}$$

soit :

$$\eta_j = \frac{i_j - \alpha_j T_j - \beta_j}{(i_j - i_{sbj})} + \frac{\alpha_j \eta_{Tj} (T_j - T_{sbj})}{(i_j - i_{sbj})}$$

d'où :

$$\eta_{Tj} = \frac{(i_j - i_{sbj}) \eta_j - i_j + \alpha_j T_j + \beta_j}{\alpha_j (T_j - T_{sbj})} \quad (3.5)$$

D'autre part on peut montrer sans difficulté que l'on a :

$$T_{j+1} = T_j - \frac{\bar{m}h (\eta_{Tj} A_a + A_b)}{qc_p} (T_j - T_{sbj}) \quad (3.6)$$

Dès lors, le calcul de $\bar{h}$ s'effectue par approximations successives jusqu'à la vérification de $T_{7cal} = T_{7mes}$.

3°) Coefficient de transfert de masse

Cherchons d'abord l'expression de l'efficacité en transfert de masse η_D .

Considérons la passe j .

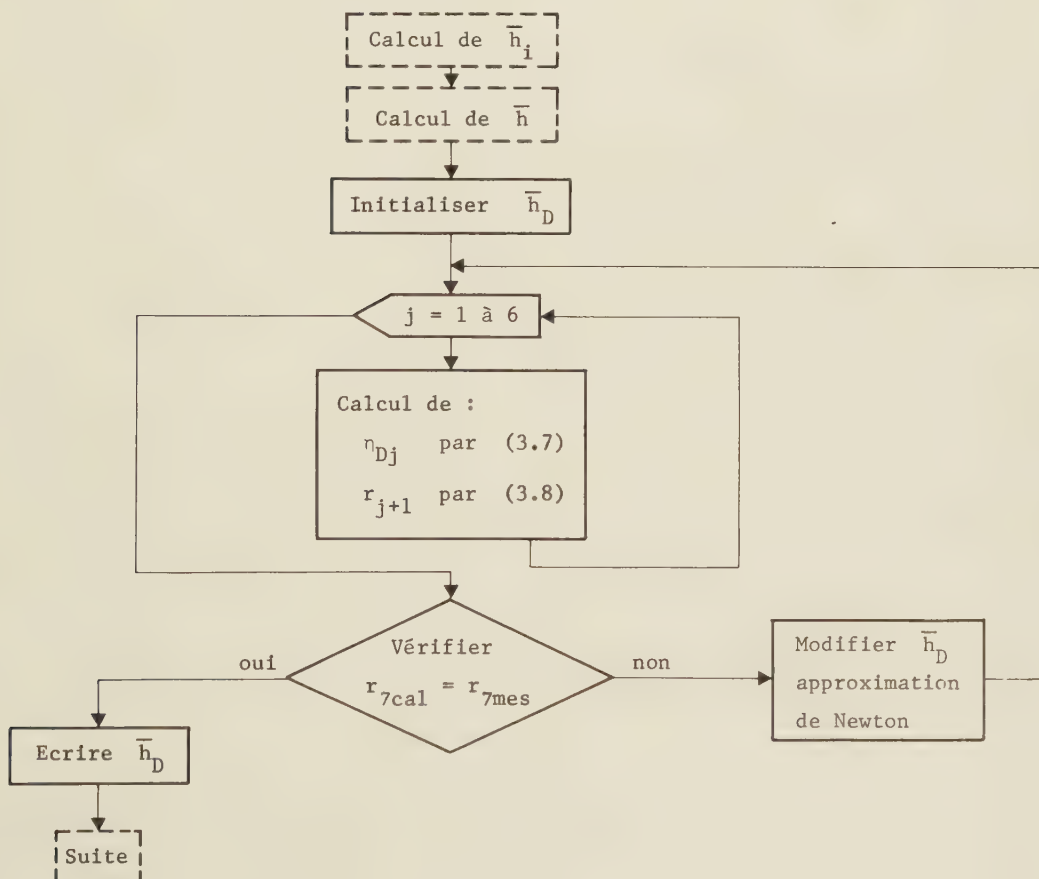
On définit η_{Dj} par l'expression suivante :

$$\eta_{Dj} = \frac{\int_{(A_a)} (r_j - r_{sj}) d\sigma}{(r_j - r_{sbj}) A_a}$$

On calcule η_{Dj} à partir de η_j et η_{Tj} . En effet, on a :

$$\eta_j = \frac{\int_{(A_a)} (i_j - i_{sj}) d\sigma}{(i_j - i_{sbj}) A_a}$$

ORGANIGRAMME POUR CALCUL AUTOMATIQUE
DU COEFFICIENT DE TRANSFERT DE MASSE $\bar{h}_D$



Rappelons que l'on a :

$$i = c_p T + v r$$

d'où :

$$\eta_j = \frac{\int_{(A_a)} c_p (T_j - T_{s_j}) d\sigma + \int_{(A_a)} v (r_j - r_{s_j}) d\sigma}{(i_j - i_{s_j}) A_a}$$

soit :

$$\eta_j = \frac{\eta_{Tj} c_p (T_j - T_{s_j}) + \eta_{Dj} v (r_j - r_{s_j})}{(i_j - i_{s_j})}$$

d'où l'on tire :

$$\eta_{Dj} = \frac{\eta_j (i_j - i_{s_j}) - \eta_{Tj} c_p (T_j - T_{s_j})}{v (r_j - r_{s_j})} \quad (3.7)$$

Par ailleurs, on peut montrer sans difficulté que l'on a :

$$r_{j+1} = r_j - \frac{\overline{m h_D} (\eta_{Dj} A_a + A_b)}{q} (r_j - r_{s_j}) \quad (3.8)$$

Dès lors, le calcul de $\overline{h_D}$ s'effectue par approximations successives jusqu'à la vérification de :

$$r_{7cal} = r_{7mes}$$

Remarques :

1°) Notons que $\overline{h}$ et $\overline{h_D}$ sont rapportés à la température et à l'humidité moyennes de mélange T_j et r_j prises dans la section libre située immédiatement en amont de la passe j .

2°) Les expressions (3.5) et (3.7) donnant η_{Tj} et η_{Dj} montrent clairement que le transfert de chaleur sensible, et celui de masse, dépendent des conditions de température et d'humidité de l'air d'une part, et de la paroi du tube de base de l'autre. Ils en seraient indépendants si η_j était très près de l'unité. En effet, si l'on fait $\eta_j = 1$ dans les expressions (3.5) et (3.7) on trouvera que $\eta_{Tj} = \eta_{Dj} = 1$. Par conséquent, cette remarque corrobore notre étude théorique, à savoir que :

- a) si la répartition de température dans le métal des ailettes n'est pas constante et égale à celle de la paroi du tube de base, on ne peut séparer le transfert de chaleur sensible et celui de masse indépendamment des conditions de température et d'humidité;
- b) ces deux phénomènes de transfert ne se séparent que dans le cas où l'efficacité des ailettes est très près de l'unité, et c'est seulement dans ce cas que l'on peut dire qu'il y a analogie entre les deux phénomènes, entraînant l'existence de la relation de Lewis.

3°) Par conséquent, les valeurs numériques de $\overline{h}$ et $\overline{h_D}$ ainsi obtenues ne sont que des valeurs moyennes étendues à l'ensemble de la batterie expérimentale et ne représentent nullement les valeurs moyennes de chaque passe, alors que h_i est une grandeur moyenne commune à toutes les passes.

1°) Efficacité de l'ailette

En employant le même raisonnement que pour l'étude du transfert d'enthalpie, on montre sans difficulté que l'efficacité des ailettes en fonctionnement sans condensation a la même expression que celle de l'efficacité en transfert d'enthalpie, cependant avec une autre valeur de M qui est :

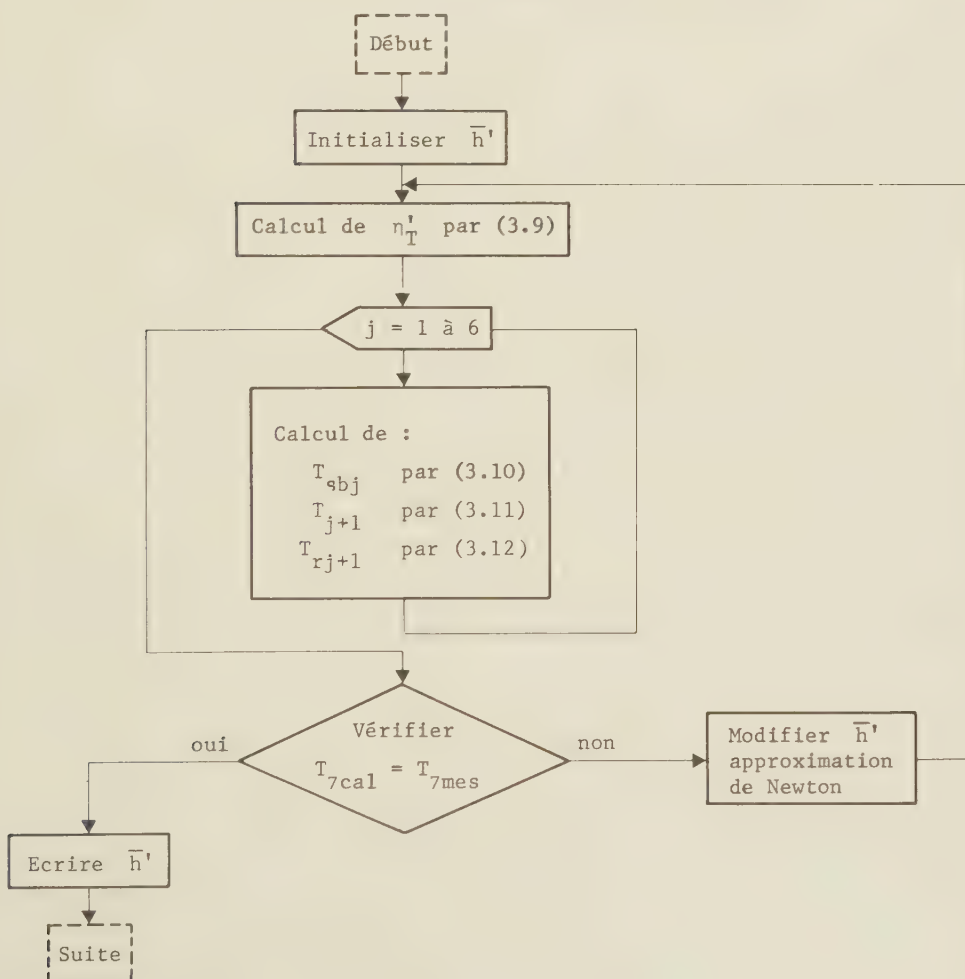
$$M = \left(\frac{\bar{h}'}{\lambda a} \right)^{1/2} \quad \left\{ \begin{array}{l} \bar{h}' \text{ étant le coefficient} \\ \text{de transfert de chaleur} \\ \text{moyen en fonctionnement} \\ \text{sans condensation.} \end{array} \right.$$

soit :

$$\eta'_T = \frac{2R_1}{M(R_2^2 - R_1^2)} \left[\frac{I_1(MR_2) \cdot K_1(MR_1) - K_1(MR_2) \cdot I_1(MR_1)}{K_1(MR_2) \cdot I_0(MR_1) + I_1(MR_2) \cdot K_0(MR_1)} \right] \quad (3.9)$$

Notons que η'_T est le même pour toutes les passes puisqu'il ne contient pas α .

ORGANIGRAMME POUR CALCUL AUTOMATIQUE
DU COEFFICIENT DE TRANSFERT DE CHALEUR $\bar{h}'$



2°) Calcul de $\bar{h}'$

Signalons tout d'abord que nous rapportons $\bar{h}'$ à la température moyenne de mélange de l'air en amont immédiat de la passe considérée. Dès lors, le calcul de $\bar{h}'$ est semblable à celui de $\bar{h}_1$. Nous n'exposons pas ici les différents calculs intermédiaires qui ne présentent aucune difficulté, nous nous bornons à indiquer ci-après les résultats intéressants :

$$T_{sbj} = \frac{q_r c_{pr} (e^{\gamma_r} - 1) T_{rj} + m \bar{h}' (\eta_{Ta}' A_a + A_b) T_j}{q_r c_{pr} (e^{\gamma_r} - 1) + m \bar{h}' (\eta_{Ta}' A_a + A_b)} \quad (3.10)$$

$$T_{j+1} = T_j - \frac{m \bar{h}' (\eta_{Ta}' A_a + A_b) (T_j - T_{sbj})}{q_c p} \quad (3.11)$$

$$T_{rj+1} = T_{sbj} - (T_{sbj} - T_{rj}) e^{\gamma_r} \quad (3.12)$$

Le calcul de $\bar{h}'$ s'effectue également par approximations successives jusqu'à la vérification de :

$$T_{7cal} = T_{7mes}$$

3.6 - PROCÉDE DE MESURE DU COEFFICIENT DE TRANSFERT DE CHALEUR DU CÔTÉ EAU REFRIGÉRANTE

Il s'agit du coefficient moyen rapporté à la température moyenne de mélange de l'eau réfrigérante et que nous appelons par h_r (nous l'écrivons sans la barre de moyenne afin de ne pas prêter à confusion avec les autres coefficients relatifs à l'air).

Si l'on maintient constamment l'écoulement de l'eau dans les tubes à ailettes en régime turbulent, on peut admettre que le phénomène de transfert de la chaleur du côté eau est représenté, empiriquement, par une formule du type de Colburn :

$$Nu = C \cdot Re^x \cdot Pr^y \quad (3.13)$$

Si l'on opère toujours dans un domaine de température de l'eau restreint, les propriétés de celle-ci peuvent être considérées comme constantes. Dès lors, la formule (3.13) peut s'écrire sous la forme dimensionnelle suivante :

$$h_r = C' \cdot q_r^x \quad (3.14)$$

Notre procédé consiste, en fait, à mesurer C' et x . On opère de la façon suivante :

On fait fonctionner la batterie expérimentale sans condensation. On maintient fixe le débit d'air pour lequel on relève trois points de fonctionnement correspondant à trois débits d'eau différents, soit q_{r1} , q_{r2} , q_{r3} , que l'on connaît par mesures. Dès lors, le débit d'air étant le même pour les trois points de fonctionnement, le coefficient de transfert de chaleur h' côté air est aussi le même.

Ainsi on a trois inconnues C' , x et $\bar{h}'$. Les trois points de fonctionnement ci-dessus permettent de les déterminer, d'où h_r .

Toutefois, signalons que ce calcul est assez compliqué et surtout très fastidieux. En effet il comporte plusieurs boucles de calcul par approximations successives enfermant un calcul par itération passe par passe. Il s'avère pratiquement impossible de l'effectuer sans le concours d'un ordinateur.

Si l'on n'a pas la possibilité d'accéder au calcul automatique, on pourra raisonner de la façon suivante, qui donne des valeurs de h_r à environ moins de 7% près dans notre cas :

Appelons K le coefficient de transfert de chaleur global. C'est une grandeur pouvant être mesurée. En effet, si l'on rapporte K à la surface intérieure des tubes à ailettes, c'est-à-dire celle qui est en contact direct avec l'eau réfrigérante, on a :

$$K = \frac{\Phi'}{nm \cdot \delta A_r \cdot F \cdot \Delta T_{\text{Log}}} \quad (3.15)$$

Dans cette formule :

$$\Delta T_{\text{Log}} = \frac{(T_1 - T_{r1}) - (T_7 - T_{r7})}{\text{Log}_e \frac{(T_1 - T_{r1})}{(T_7 - T_{r7})}} \quad \begin{array}{l} \text{écart moyen} \\ \text{logarithmique} \end{array}$$

Φ' = flux total de chaleur évacué par la batterie,
 $nm \cdot \delta A_r$ = surface totale côté eau de la batterie,
 F = facteur de correction de l'écart moyen logarithmique.

La formule (3.15) est, en fait, une formule relative aux échangeurs à courants parallèles. Mais elle est utilisable pour les échangeurs à courants croisés moyennant une correction de l'écart moyen logarithmique. Le facteur F est étudié en détail par la référence (5) et reproduit sous forme graphique dans tous les ouvrages traitant de la transmission de la chaleur.

Dans le processus à courants parallèles, le coefficient K s'écrit :

$$\frac{1}{K} = \frac{1}{h_r} + R$$

R représente la résistance thermique entre l'air et la surface intérieure des tubes à ailettes.

Soit :

$$\frac{1}{K} = \frac{1}{C' q_r^x} + R$$

Nous avons trois inconnues C' , x et R . Les trois points de fonctionnement ainsi relevés permettent de les déterminer de façon beaucoup plus simple que précédemment.

Remarques :

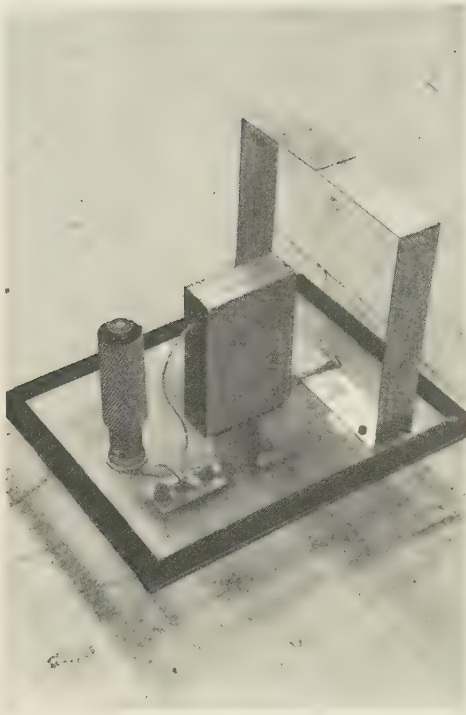
1°) Pour rendre sensibles les variations de K , il est recommandé de choisir trois débits d'eau très différents (par exemple dans les rapports de 1, 2 et 4) et de fonctionner avec un débit d'air le plus élevé possible afin que h' soit le plus grand, c'est-à-dire aussi que R soit le plus petit.

2°) Parmi les trois débits d'eau ainsi adoptés, il convient d'en retenir un pour effectuer les autres expériences relatives aux fonctionnements avec et sans condensation, afin d'éviter toute interpolation ou extrapolation pouvant engendrer des erreurs supplémentaires.

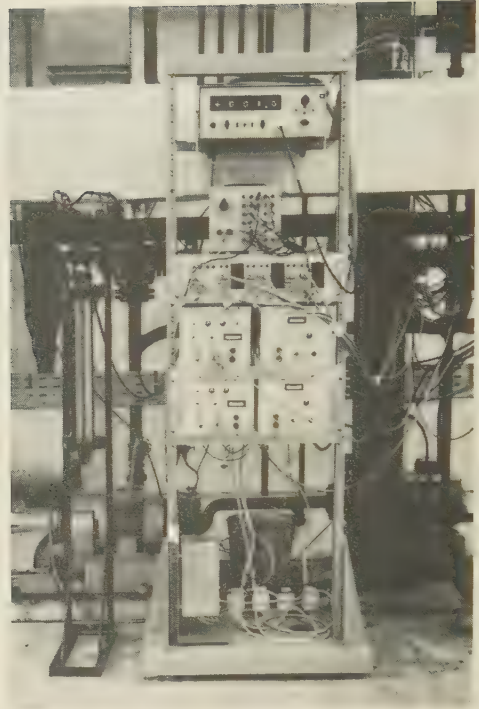
3.7 - RESULTATS

3.7.1 - RESULTATS EXPERIMENTAUX CONCERNANT LE TRANSFERT D'ENTHALPIE

Parmi les paramètres étudiés, seul le nombre de Reynolds a pu faire l'objet d'une étude quantitative mettant en évidence une corrélation qui le lie au nombre de Nusselt enthalpique moyen Nu_1 . En effet, pour faire varier Re , il suffisait de faire varier le débit d'air dans la soufflerie. Aussi le nombre de points de fonctionnement relevés était suffisant pour déduire valablement cette corrélation. Quant aux autres paramètres, pour les faire varier il fallait changer de maquette; comme le nombre de maquettes était insuffisant pour proposer valablement une corrélation, on ne peut en donner qu'une interprétation qualitative.



Plaque porte-sondes de mesure



Rak de contrôle et de mesure

a) Résultats quantitatifs - Influence du nombre de Reynolds

Pour toutes les maquettes, les résultats obtenus montrent qu'on a, avec une très bonne approximation, la corrélation :

$$Nu_1 \cdot P_r^{-1/3} = A \cdot Re^a$$

Notons que toutes les propriétés de l'air humide sont prises aux conditions moyennes de température et d'humidité absolue à travers la batterie expérimentale.

Les figures 11, 12, 13, 14 et 15, donnent une représentation graphique, en moindres carrés, de la corrélation précédente correspondant respectivement aux cinq maquettes expérimentales. On peut remarquer que l'exposant du nombre de Reynolds se situe aux alentours de 0,75 à 0,80.

b) Résultats qualitatifs

1°) Influence du paramètre $\frac{\lambda_a c_p}{\lambda_\alpha}$

Lorsque l'on compare les résultats obtenus pour les batteries 1 et 3 (fig.16) qui diffèrent par la valeur de λ_a dans le rapport de l'ordre de 1 à 2, on constate que la différence entre les $\overline{Nu}_1$ respectifs est pratiquement négligeable (environ 3%). Par conséquent, on pourrait estimer qu'en introduisant la notion de l'efficacité de l'ailette (cf § 1.7), le nombre de Nusselt enthalpique moyen $\overline{Nu}_1$ devient indépendant du paramètre $\frac{\lambda_a c_p}{\lambda_\alpha}$, celui-ci n'intervenant que dans l'expression analytique de η .

2°) Influence de l'épaisseur des ailettes

Sur la figure 16 nous avons également reproduit la droite $\overline{Nu}_1 \cdot Pr^{-1/3}$ de la batterie 2 qui diffère des batteries 1 et 3 par λ_a et e . On constate, une fois de plus que, pratiquement, cette droite se confond avec celles des batteries 1 et 3. Cela tendrait à prouver que l'épaisseur des ailettes a aussi une influence négligeable sur $\overline{Nu}_1$, puisque nous venons de montrer que ce dernier est indépendant de $\frac{\lambda_a c_p}{\lambda \alpha}$. Il semble que ce résultat est obtenu grâce au fait que nous avons formé le nombre de Reynolds avec la vitesse de débit u prise dans la section de passage entre tubes à ailettes. En effet, si nous employions la vitesse u_0 mesurée en amont de la batterie, le $\overline{Nu}_1$ obtenu pour la batterie 2 serait supérieur à ceux des batteries 1 et 3 de l'ordre de 15 à 18 %. Cependant nous nous gardons bien de généraliser car nous ne possédons pas suffisamment d'expériences consacrées à l'étude de l'influence de e . Peut-être n'en serait-il plus de même pour des épaisseurs plus importantes, ou bien pour des pas d'ailettes plus faibles ?

3°) Influence du pas des ailettes

Sur la figure 17 nous avons représenté les trois droites $\overline{Nu}_1 \cdot Pr^{-1/3}$ des batteries 3, 4 et 5. On constate que $\overline{Nu}_1$ varie dans le même sens que le pas des ailettes. On pourrait interpréter ce phénomène comme dû au fait qu'au niveau du pied des ailettes la couche limite s'épaissit plus ou moins selon que le pas est petit ou grand, par conséquent le nombre de Nusselt enthalpique local s'y trouve affecté d'autant.

3.7.2 - RESULTATS DES CALCULS NUMERIQUES CONCERNANT LE TRANSFERT DE CHALEUR ET DE MASSE

Après avoir déterminé le $\overline{Nu}_1$ correspondant à chaque point expérimental, la distribution de température de surface des ailettes étant connue, on a pu calculer respectivement les coefficients moyens de transfert de chaleur et de masse $\overline{h}$ et $\overline{h}_D$ relatifs au point expérimental considéré, puis former le nombre de Lewis $\left(Le = \frac{\overline{h}}{c_p \overline{h}_D} \right)$.

Pour toutes les maquettes, les résultats des calculs montrent qu'on a, avec une bonne approximation, les corrélations suivantes :

$$\overline{Nu} \cdot Pr^{-1/3} = B \cdot Re^b$$

$$\overline{Sh} \cdot Sc = C \cdot Re^c$$

$$Le = F \cdot Re^f$$

Ces résultats sont également représentés sur les figures 11, 12, 13, 14 et 15. Il serait indelicat de donner quelque interprétation physique que ce soit de ces résultats, du fait qu'ils sont tributaires d'un calcul numérique tout à fait conventionnel dont le déroulement laisse voir clairement l'influence même des conditions expérimentales. Cependant, il est intéressant de remarquer le faible écart entre le nombre $\overline{Nu}$ obtenu avec condensation, et celui obtenu sans condensation, et cela malgré les conditions d'humidité proches de la saturation, donc très importantes, maintenues pendant les expérimentations avec condensation. Cette remarque pourrait être utile pour déterminer, avec une approximation suffisante pour les applications pratiques, l'évolution de la température sèche de l'air à travers la batterie.

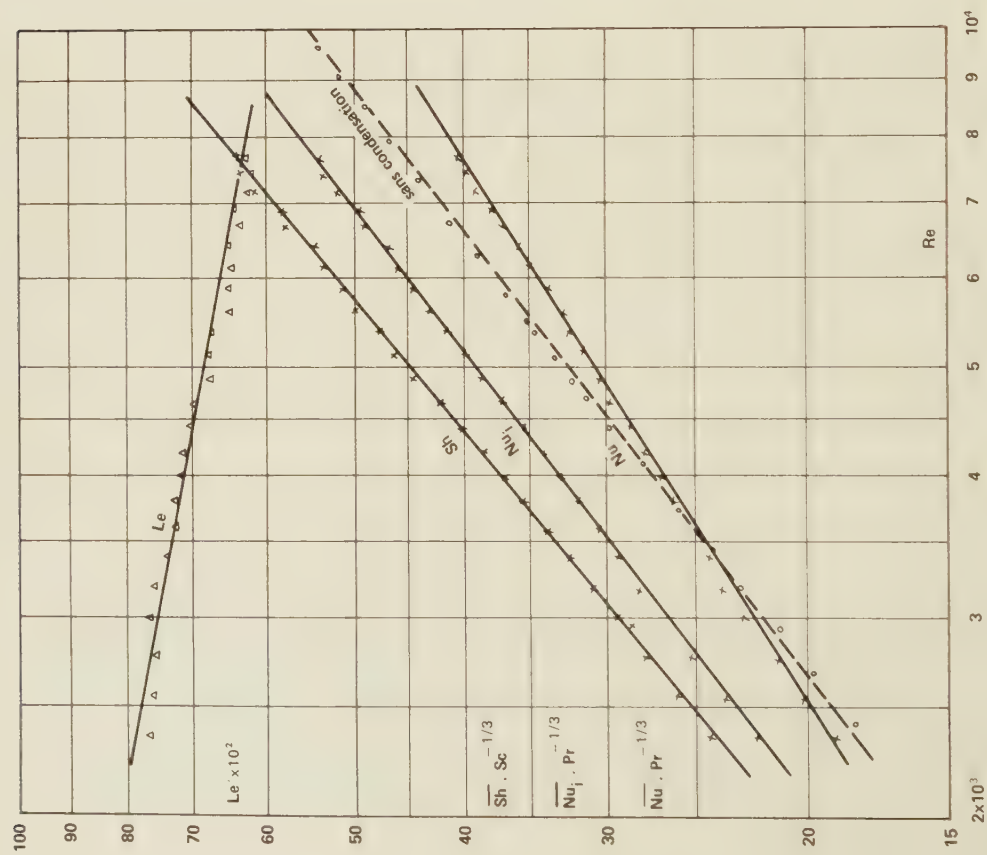


Fig.11 - Résultat expérimentaux obtenus de la batterie n°1

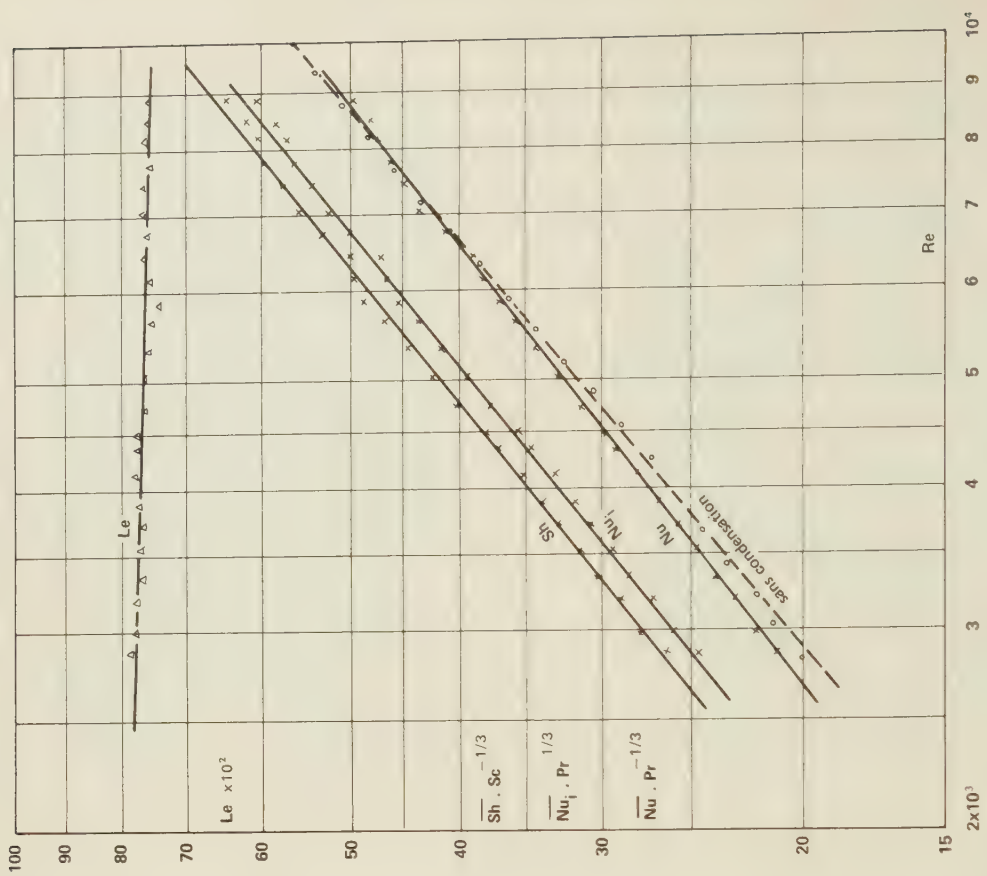


Fig.12 - Résultats expérimentaux obtenus de la batterie n°2

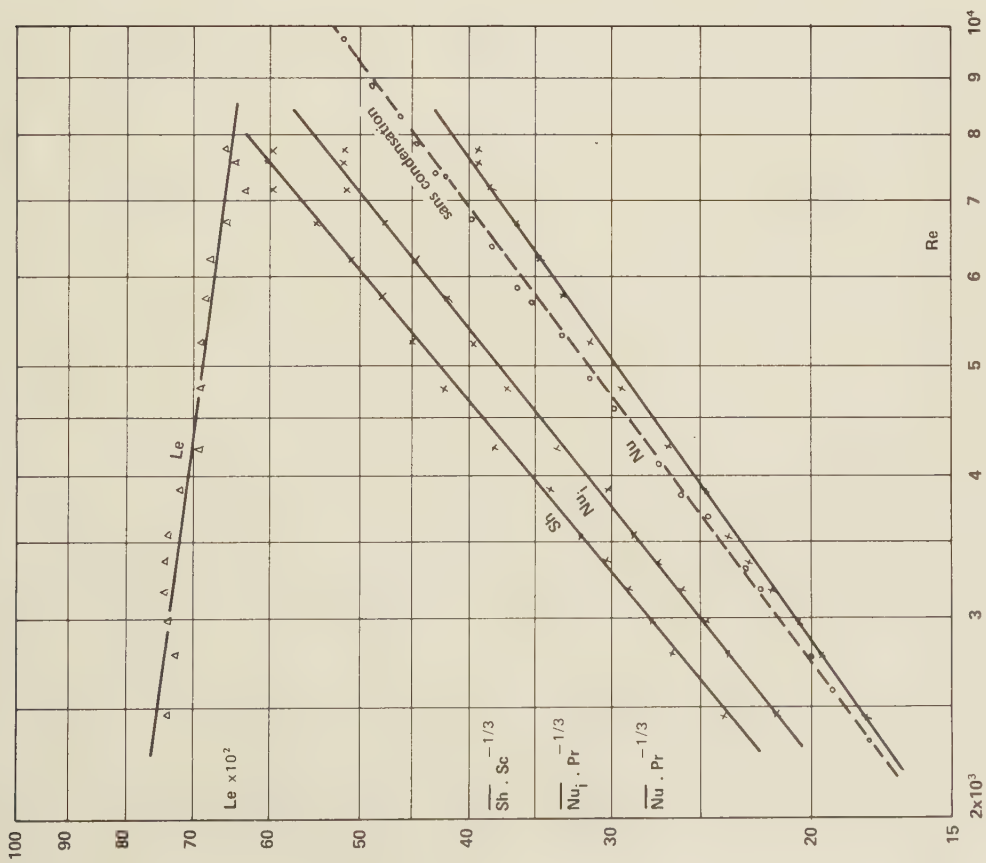


Fig.13 - Résultats expérimentaux obtenus de la batterie n°3

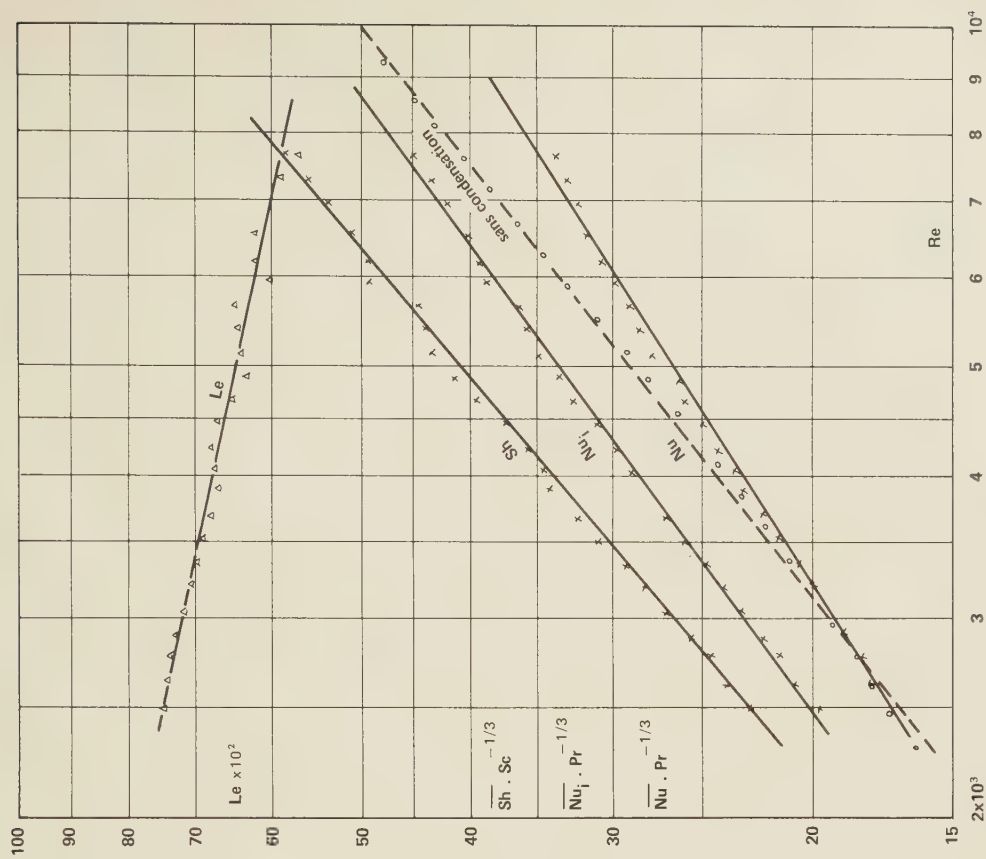


Fig.14 - Résultats expérimentaux obtenus de la batterie n°4

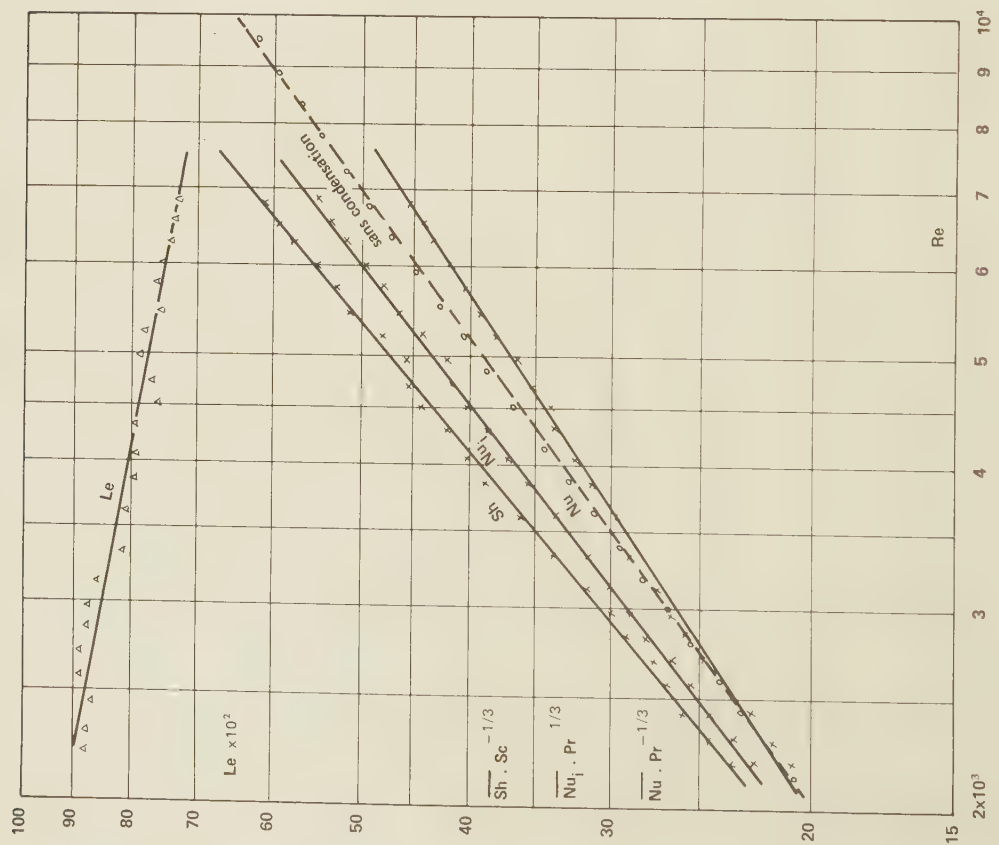


Fig.15 - Résultats expérimentaux obtenus de la batterie n°5

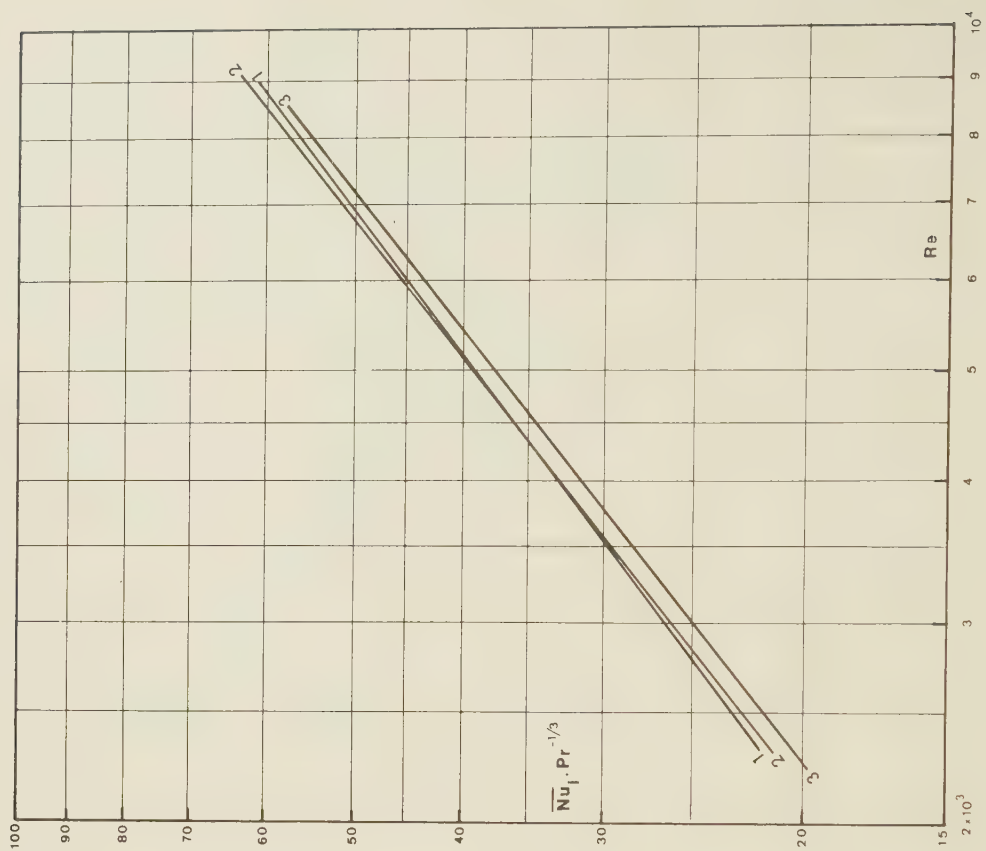


Fig.16 - Influence de $\frac{\lambda_{a.p}}{\lambda_{\alpha}}$ (groupe 1, batteries 1, 2, 3)

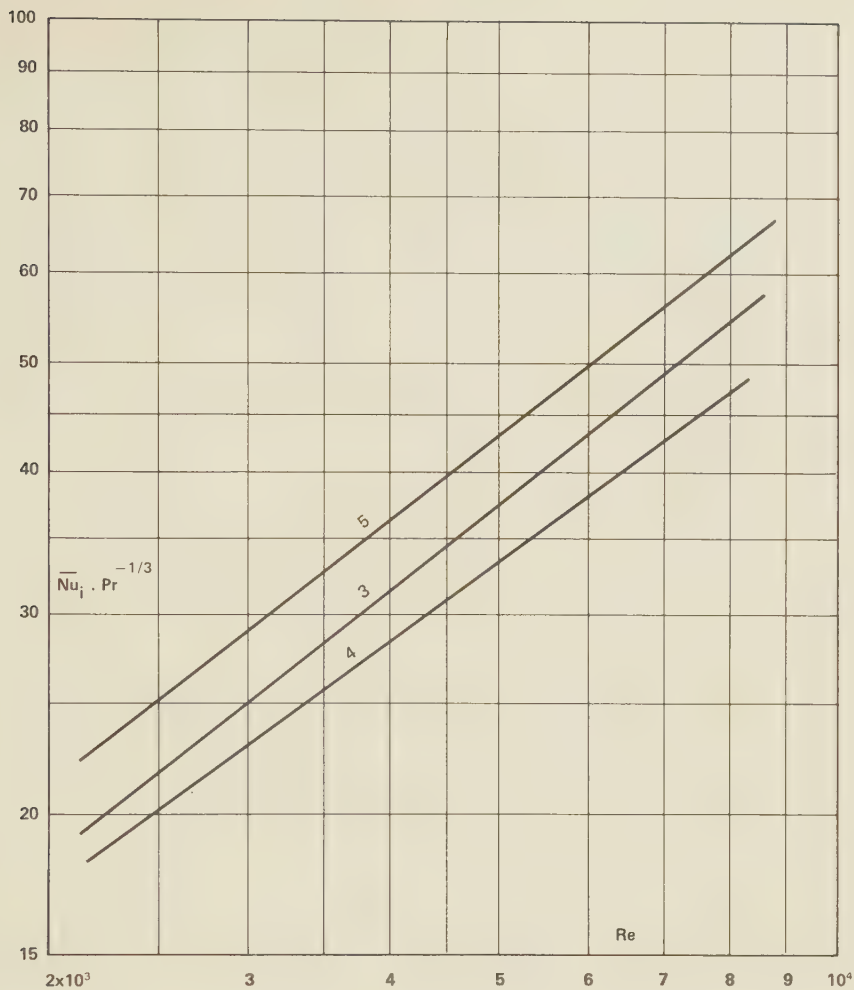


Fig.17 - Influence du pas des ailettes (groupe 2, batteries 3,4,5)

CONCLUSION

Dans le processus du refroidissement avec déshumidification de l'air humide dans une batterie à ailettes, le fait que, dans les conditions normales d'utilisation, la conduction thermique dans le métal des ailettes oppose une résistance non négligeable au flux de chaleur (ce qui se traduit par une distribution non uniforme de la température de surface des ailettes), ne permet pas d'aboutir avec certitude à la relation de Lewis. Il convient alors de traiter globalement le problème par le transfert d'enthalpie. En effet, le comportement physique particulier de l'air humide, à savoir la quasi-égalité des coefficients de diffusivité thermique et massique, nous a permis de mettre en évidence l'existence d'un nouveau nombre sans dimension que nous appelons ici "nombre de Nusselt enthalpique".

Le présent travail s'est principalement attaché à montrer qu'à l'aide de cette nouvelle notion, il est possible désormais de traiter, avec une bonne approximation, les problèmes posés dans le cadre des applications pratiques des batteries à ailettes fonctionnant comme refroidisseurs avec condensation de l'air humide.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] W.L.BRYAN - Heat and Mass Transfer in Dehumidifying Extended Surface Coils
ASHRAE Journal - april 1962 - p.60.
- [2] W.L.BRYAN - Heat and Mass Transport Characteristics for Dehumidifying Coils
ASHRAE Journal - sept. 1961.
- [3] H.ZABRONSKY - Efficiency of a Heat Exchanger Using Square Fins on Round Tubs
Technical Information Service - Oak Ridge - Tennessee - august 1952.
- [4] T.H.CHILTON et A.P.COLBURN - Mass Transfer Coefficients Prediction from Data on Heat
Transfer and Fluid Friction
Industrial and Engineering Chemistry - nov. 1934.
- [5] BOWMAN, MUELLER et NAGLE - Transaction of the A.S.M.E.
n°62 - 1940.
- [6] C.O.BENNET et J.E.MYERS - Momentum, Heat and Mass Transfer
Mc Graw-Hill Book Company, Inc. - 1962.
- [7] R.E.TREYBAL - Mass Transfer Operations
Mc Graw-Hill Book Company, Inc. - 1955.
- [8] A.V.LYKOV et Yu.A.MIKHAILOV - Theory of Heat and Mass Transfer
Israel Program for Scientific Translations - Jerusalem 1965.
- [9] J.P.HARTNETT - Recents advances in Heat and Mass Transfer
Mc Graw-Hill Book Company, Inc. - 1961.
- [10] E.R.G.ECKERT - Heat and Mass Transfer
Mc Graw-Hill Book Company, Inc. - 1959.
- [11] M.JAKOB - Heat Transfer
John Wiley & Sons, Inc. - 1949.
- [12] L.MATTAROLO et G.TRAPANESE - Transmission de chaleur latente et sensible dans les
échangeurs à ailettes
Centre d'Etudes pour les Applications du Froid du C.N.R.



ANNEXES

CONSTANTES ET FORMULES EMPLOYEES DANS LES PROGRAMMES DE CALCUL AUTOMATIQUE - RESULTATS EXPERIMENTAUX

Toutes les grandeurs relatives aux propriétés de l'air humide sont exprimées en fonction de la température sèche (T [°C]), de la température de rosée (T_{ro} [°C]), et de la pression totale (P [mmHg]) de l'air.

Pression partielle de la vapeur d'eau P_v :

$$\text{On pose } G = \frac{373,16}{273,16 + T_{ro}}$$

$$C_1 = -7,90298 (G - 1)$$

$$C_2 = 5,02808 \cdot \log_{10} G$$

$$C_3 = -1,3816 \cdot 10^{-7} \left(-1 + 10^{11,344(1-1/G)} \right)$$

$$C_4 = 8,1328 \cdot 10^{-3} \left(-1 + 10^{-3,49149 (G-1)} \right)$$

$$C = C_1 + C_2 + C_3 + C_4$$

$$P_v = 760 \times 10^C \text{ [mmHg]}$$

Humidité absolue r :

$$r = 0,622 \frac{P_v}{P - P_v} \text{ [kg/kg]}$$

Enthalpie de l'air saturé i_{sat} :

On calcule P_{vsat} avec $T_{ro} = T_{sat}$, puis r_{sat} .

$$\text{On a : } i_{sat} = c_p T_{sat} + v r_{sat} \text{ [kJ/kg]}$$

Chaleur massique de l'air humide c_p :

$$c_p = 1,01 + 1,88 \cdot r \text{ [kJ/kg.°C]}$$

Chaleur latente de condensation de la vapeur d'eau v :

$$v = 2500 \text{ [kJ/kg]}$$

Masse volumique de l'air humide ρ :

$$\rho = 1,293 \left(\frac{273}{273 + T} \right) \left(\frac{P - 0,373 \cdot P_v}{760} \right) \text{ [kg/m}^3\text{]}$$

Viscosité absolue de l'air humide μ :

On néglige la présence de la vapeur d'eau

$$\mu = 1,725 \cdot 10^{-2} (1 + 0,00266 \cdot T) \text{ centipoise}$$

Conductibilité thermique de l'air humide λ :

On néglige la présence de la vapeur d'eau

$$\lambda = 2,4186 \cdot 10^{-5} (1 + 0,003134 \cdot T) \text{ [kW/m.°C]}$$

Diffusivité de la vapeur d'eau dans l'air D (formule de Gilliland) :

$$D = 4,2839 \cdot 10^{-7} \frac{(T + 273)^{3/2}}{P (14,8^{1/3} + 29,9^{1/3})^2} \left(\frac{1}{18} + \frac{1}{29} \right)^{1/2} \text{ [m}^2\text{/s]}$$

Chaleur massique de l'eau c_{pr} :

$$c_{pr} = 4,18 \text{ [kJ/kg °C]}$$

Conductibilité des métaux :

$$\text{acier } \lambda_a = 0,045 \text{ [kW/m.°C]}$$

$$\text{aluminium } \lambda_a = 0,204 \text{ [kW/m.°C]}$$

$$\text{cuivre } \lambda_a = 0,388 \text{ [kW/m.°C]}$$

TUBES A AILETTES :

Tube de base : matériau : cuivre
diam. int. / diam. ext. : 12,8 / 16,0 [mm]
Ailettes : matériau : cuivre
diamètre : 43,0 [mm]
épaisseur : 0,5 [mm]
pas : 5,0 [mm]

BATTERIE :

Section frontale : 0,099 [m²]
Section entre tubes à ailettes : 0,0586 [m²]
Nombre de rideaux (passes) : 6
Nombre de tubes par rideau : 6

RESULTATS :

Transfert d'enthalpie :
 $Nu_l = 0,05696 Re^{0,768} Pr^{1/3}$
Transfert de chaleur sensible :
 $Nu = 0,1405 Re^{0,633} Pr^{1/3}$
Transfert de masse :
 $Sh = 0,03803 Re^{0,831} Sc^{1/3}$
Nombre de Lewis :
 $Le = 3,774 Re^{0,202}$
Transfert de chaleur sans condensation :
 $Nu = 0,04488 Re^{0,773} Pr^{1/3}$

FUNCTIONNEMENT SANS CONDENSATION

$q_r = 1,586 \text{ [kg/s]} \quad u_r = 2,05 \text{ [m/s]} \quad h_r = 8,48 \text{ [kW/m}^2\cdot\text{°C]}$

Pt	q	T _{r1} T _{rn+1}	T _l T _{n+1}	u	h
N°	[kg/s]	[°C] [°C]	[°C] [°C]	[m/s]	Nu/Pr ^{1/3} [kW/m ² ·°C]
1	0,166	3,80 3,01	49,20 17,34	2,49 2415	0,0271 18,13
3	0,202	3,72 2,76	49,59 18,31	3,02 2925	0,0315 21,07
5	0,236	3,65 2,54	49,43 18,73	3,54 3424	0,0362 24,17
7	0,280	4,74 3,52	47,94 19,62	4,20 4062	0,0418 27,92
9	0,320	4,39 3,13	44,38 18,74	4,80 4677	0,0464 31,22
11	0,348	4,90 3,59	44,16 19,33	5,22 5080	0,0496 33,37
13	0,375	4,55 3,13	44,04 19,49	5,63 5472	0,0523 35,16
15	0,429	4,65 3,09	43,90 20,12	6,44 6256	0,0580 39,03
17	0,501	4,97 3,24	43,34 20,86	7,51 7303	0,0653 43,86
19	0,580	5,36 3,46	43,05 21,72	8,70 8447	0,0727 48,84
21	0,658	5,61 3,56	42,75 22,36	10,05 9587	0,0801 53,74
23	0,712	5,63 3,48	42,28 22,58	10,70 10373	0,0847 56,88

FONCTIONNEMENT SANS CONDENSATION

$q_r = 1,586 \text{ [kg/s]}$ $u_r = 1,76 \text{ [m/s]}$ $h_r = 6,31 \text{ [kW/m}^2\cdot^\circ\text{C]}$

TUBES A AILETTES :

Tube de base : matériau : cuivre
diam. int. / diam. ext. : 13,8 / 17,0 [mm]

Ailettes : matériau : acier
diamètre : 43,6 [mm]
épaisseur : 1,0 [mm]
pas : 5,0 [mm]

BATTERIE :

Section frontale : 0,099 [m²]
Section entre tubes à ailettes : 0,05078 [m²]
Nombre de rideaux (passes) : 6
Nombre de tubes par rideau : 6

RESULTATS :

Transfert d'enthalpie :
 $Nu_I = 0,03908 Re^{0,812} Pr^{1/3}$
Transfert de chaleur sensible :
 $Nu = 0,04285 Re^{0,779} Pr^{1/3}$
Transfert de masse :
 $Sh = 0,04519 Re^{0,801} Sc^{1/3}$
Nombre de Lewis :
 $Le = 0,984 Re^{-0,0294}$
Transfert de chaleur sans condensation :
 $Nu = 0,02520 Re^{0,838} Pr^{1/3}$

Pt	q	$\frac{T_{r1}}{T_{rn+1}}$	$\frac{T_l}{T_{n+1}}$	u	h
N°	[kg/s]	$\frac{[^\circ\text{C}]}{[^\circ\text{C}]}$	$\frac{[^\circ\text{C}]}{[^\circ\text{C}]}$	[m/s]	[kW/m²·°C]
1	0,161	3,97 3,05	56,69 19,25	2,85 2839	0,0286 20,07
3	0,183	3,77 2,76	56,04 19,91	3,24 3216	0,0313 21,95
5	0,209	4,34 3,23	55,57 20,99	3,70 3672	0,0349 24,46
7	0,240	3,79 2,67	50,14 19,99	4,25 4251	0,0382 27,05
9	0,274	4,62 3,39	49,51 20,93	4,85 4859	0,0431 30,50
11	0,311	3,84 2,51	48,23 20,53	5,51 5528	0,0485 34,37
13	0,355	4,37 2,91	47,70 21,44	6,29 6304	0,0541 38,53
15	0,402	4,44 2,90	46,20 21,41	7,13 7158	0,0610 43,33
17	0,460	4,74 3,04	46,23 22,46	8,15 8178	0,0680 48,22
19	0,525	5,03 3,19	45,16 22,94	9,30 9336	0,0761 53,97
21	0,599	5,41 3,44	44,82 23,80	10,60 10646	0,0850 60,22
23	0,678	8,26 6,01	49,87 28,58	12,00 11901	0,0933 65,30

BATTERIE N° 1

FONCTIONNEMENT AVEC CONDENSATION
RESULTATS DES CALCULS INTERMEDIAIRES

FONCTIONNEMENT AVEC CONDENSATION

$$q_r = 1,586 \text{ [kg/s]} \quad u_r = 2,05 \text{ [m/s]} \quad h_r = 8,48 \text{ [kW/m}^2 \cdot ^\circ\text{C]}$$

Pt	T _{sol} T _{son}	α _l α _n	η _l η _n	η _{tl} η _{tn}	η _{dl} η _{dn}
N°	[°C]	[kJ/kg°C]	[kJ/kg°C]		
1	7,75 4,25	2,277 2,029	0,921 0,928	0,910 0,928	0,933 0,918
3	8,88 5,10	2,368 2,085	0,910 0,919	0,899 0,919	0,922 0,908
5	9,04 5,03	2,383 2,081	0,902 0,911	0,892 0,911	0,912 0,901
7	9,34 5,41	2,408 2,106	0,895 0,905	0,882 0,906	0,905 0,894
9	9,30 5,31	2,405 2,100	0,888 0,899	0,877 0,900	0,898 0,888
11	9,38 5,40	2,412 2,107	0,881 0,893	0,870 0,895	0,891 0,882
13	9,90 5,84	2,458 2,138	0,871 0,884	0,861 0,889	0,880 0,871
15	10,13 6,05	2,479 2,154	0,864 0,878	0,855 0,882	0,871 0,863
17	11,42 7,18	2,602 2,240	0,851 0,867	0,841 0,873	0,858 0,851
19	11,61 7,38	2,621 2,256	0,844 0,860	0,837 0,867	0,848 0,843
21	12,30 8,11	2,690 2,314	0,833 0,851	0,833 0,861	0,834 0,831
23	13,31 9,30	2,796 2,414	0,819 0,838	0,827 0,855	0,814 0,811

Pt	q	T _{rl} T _{rn+1}	T _l T _{n+1}	i _l i _{n+1}	r _l r _{n+1}	u	h _l Nu _l /Pr _l ^{1/3}	h	h _D Sh _{sc} ^{1/3}	Le
N°	[kg/s]	[°C]	[°C]	[kJ/kg]	[kg/kg]	[m/s]	[kg/s·m ²]	[kW/m ² ·°C]	[kg/s·m ²]	
1	0,159	4,45 3,01	36,36 14,45	98,95 37,05	0,0242 0,0089	2,32 2359	0,0308 22,00	0,0278 18,80	0,0344 24,29	0,765
3	0,187	5,25 3,59	36,21 15,77	99,79 40,11	0,0246 0,0096	2,74 2772	0,0350 25,02	0,0314 21,13	0,0392 27,68	0,754
5	0,216	5,13 3,31	36,13 16,18	98,26 41,01	0,0241 0,0098	3,17 3197	0,0391 27,93	0,0352 23,72	0,0438 30,88	0,758
7	0,242	5,44 3,53	33,87 16,53	93,91 41,73	0,0233 0,0099	3,55 3596	0,0423 30,31	0,0369 24,92	0,0481 34,00	0,723
9	0,269	5,29 3,30	33,13 16,61	91,07 41,82	0,0225 0,0099	3,93 3993	0,0457 32,71	0,0397 26,83	0,0521 36,85	0,718
11	0,297	5,32 3,24	32,04 16,77	87,88 42,00	0,0217 0,0099	4,25 4427	0,0492 35,26	0,0420 28,48	0,0567 40,12	0,700
13	0,327	5,71 3,57	31,42 17,22	86,40 42,73	0,0214 0,0100	4,79 4872	0,0537 38,51	0,0448 30,32	0,0628 44,45	0,672
15	0,361	5,85 3,62	30,95 17,53	84,79 43,55	0,0209 0,0102	5,28 5375	0,0574 41,20	0,0478 32,38	0,0673 47,61	0,671
17	0,395	6,89 4,48	31,22 18,91	88,09 47,24	0,0221 0,0111	5,81 5867	0,0615 44,21	0,0499 33,68	0,0725 51,23	0,646
19	0,431	7,01 4,50	31,16 19,28	86,74 48,05	0,0216 0,0113	6,35 6403	0,0651 46,75	0,0529 35,71	0,0769 54,35	0,646
21	0,466	7,67 5,07	31,20 19,91	86,14 49,55	0,0214 0,0116	6,87 6907	0,0692 49,64	0,0560 37,71	0,0822 58,03	0,639
23	0,500	8,81 6,25	30,87 20,54	84,72 51,07	0,0209 0,0119	7,38 7415	0,0743 53,33	0,0590 39,76	0,0895 63,19	0,619

$$6 \text{ } 100 < \frac{\lambda_a p}{\lambda \alpha} < 6 \text{ } 900$$

BATTERIE N° 2

FONCTIONNEMENT AVEC CONDENSATION
 RESULTATS DES CALCULS INTERMEDIAIRES

Pt	T _{sb1} T _{sbn}	α ₁ α _n	η ₁ η _n	η _{rl} η _{rn}	η _{bl} η _{bn}
N°	[°C] [°C]	[kJ/kg·°C] [kJ/kg·°C]			
1	7,58 4,72	2,272 2,067	0,756 0,771	0,676 0,753	0,801 0,781
3	7,84 4,73	2,294 2,068	0,738 0,756	0,642 0,731	0,788 0,769
5	7,37 4,06	2,257 2,024	0,726 0,745	0,623 0,717	0,780 0,762
7	7,72 4,35	2,285 2,043	0,709 0,730	0,602 0,699	0,765 0,749
9	8,65 5,28	2,360 2,106	0,685 0,707	0,581 0,676	0,739 0,725
11	8,05 4,54	2,311 2,056	0,673 0,696	0,559 0,663	0,732 0,716
13	8,71 5,18	2,366 2,100	0,646 0,672	0,533 0,638	0,705 0,691
15	9,51 5,76	2,438 2,144	0,620 0,649	0,609 0,616	0,677 0,666
17	10,33 6,68	2,512 2,211	0,606 0,635	0,501 0,596	0,659 0,654
19	10,81 7,01	2,557 2,200	0,577 0,607	0,460 0,563	0,633 0,631
21	11,03 7,31	2,579 2,261	0,559 0,589	0,452 0,549	0,611 0,610
23	11,12 7,42	2,588 2,270	0,549 0,579	0,443 0,535	0,601 0,603

FONCTIONNEMENT AVEC CONDENSATION

$$q_r = 1,586 \text{ [kg/s]} \quad u_r = 1,76 \text{ [m/s]} \quad h_r = 6,31 \text{ [kW/m}^2 \cdot \text{°C]}$$

Pt	q	T _{r1} T _{rn+1}	T ₁ T _{n+1}	i ₁ i _{n+1}	r ₁ r _{n+1}	u Re	h ₁ Nu ₁ /Pr ₁ ^{1/3}	h Nu/P _r ^{1/3}	h _D Sh/Sc ^{1/3}	Le
N°	[kg/s]	[°C] [°C]	[°C] [°C]	[kJ/kg] [kJ/kg]	[kg/kg] [kg/kg]	[m/s]	[kg/s·m ²] [kg/s·m ²]	[kW/m ² ·°C] [kW/m ² ·°C]	[kg/s·m ²] [kg/s·m ²]	
1	0,156	4,58 3,44	28,06 13,49	85,84 36,99	0,0225 0,0093	2,61 2873	0,0320 24,59	0,0289 21,02	0,0347 26,30	0,786
3	0,174	4,52 3,23	28,12 14,12	88,26 38,71	0,0234 0,0097	2,92 3202	0,0351 27,06	0,0316 22,92	0,0381 28,86	0,780
5	0,192	3,79 2,40	28,00 14,14	87,68 38,61	0,0233 0,0096	3,23 3542	0,0381 29,34	0,0340 24,68	0,0415 31,41	0,771
7	0,212	4,00 2,52	27,91 14,74	87,59 40,18	0,0233 0,0100	3,56 3898	0,0410 31,62	0,0367 26,58	0,0447 33,78	0,772
9	0,237	4,85 3,30	28,00 15,73	87,21 42,71	0,0231 0,0106	3,99 4346	0,0450 34,66	0,0404 29,22	0,0489 36,92	0,776
11	0,257	4,05 2,42	27,30 15,39	85,11 41,62	0,0226 0,0103	4,33 4734	0,0487 37,55	0,0431 31,26	0,0532 40,22	0,762
13	0,289	4,58 2,86	27,28 16,20	84,63 43,63	0,0224 0,0108	4,87 5311	0,0539 41,55	0,0476 34,44	0,0589 44,52	0,758
15	0,319	5,01 3,08	28,50 17,65	88,46 47,10	0,0234 0,0116	5,43 5845	0,0588 45,31	0,0513 36,92	0,0646 48,75	0,741
17	0,351	5,80 3,74	29,07 18,89	90,05 51,02	0,0238 0,0126	5,99 6410	0,0608 46,86	0,0543 38,94	0,0662 49,84	0,764
19	0,386	5,99 3,82	29,00 19,38	90,97 52,62	0,0241 0,0130	6,60 7051	0,0679 52,37	0,0608 43,52	0,0735 55,36	0,767
21	0,427	6,18 3,93	28,94 19,92	89,47 53,83	0,0236 0,0133	7,30 7780	0,0727 56,06	0,0644 46,04	0,0793 59,69	0,753
23	0,465	6,16 3,79	29,01 20,48	89,59 55,58	0,0236 0,0137	7,97 8479	0,0756 58,24	0,0671 47,90	0,0823 61,88	0,755

$$750 < \frac{\lambda_a^c}{\lambda_a} < 830$$

TUBES A AILETTES :

Tube de base : matériau : cuivre
diam. int. / diam. ext. : 12,8 / 16,0 [mm]
Ailettes : matériau : aluminium
diamètre : 43,0 [mm]
épaisseur : 0,5 [mm]
pas : 5,0 [mm]

BATTERIE :

Section frontale : 0,099 [m²]
Section entre tubes à ailettes : 0,0586 [m²]
Nombre de rideaux (passes) : 6
Nombre de tubes par rideau : 6

RESULTATS :

Transfert d'enthalpie :
 $Nu_l = 0,0412 Re^{0,800} Pr^{1/3}$
Transfert de chaleur sensible :
 $Nu = 0,07369 Re^{0,704} Pr^{1/3}$
Transfert de masse :
 $Sh = 0,03395 Re^{0,838} Sc^{1/3}$
Nombre de Lewis :
 $Le = 2,208 Re^{-0,137}$
Transfert de chaleur sans condensation :
 $Nu = 0,05092 Re^{0,754} Pr^{1/3}$

FONCTIONNEMENT SANS CONDENSATION

$q_r \approx 1,586$ [kg/s] $u_r = 2,05$ [m/s] $h_r = 9,17$ [kW/m².°C]

Pt	q	T_{r1} T_{rn+1}	T_l T_{n+1}	u	h
N°	[kg/s]	[°C]	[°C]	Re	$Nu/Pr^{1/3}$ [kW/m².°C]
1	0,162	8,17 7,45	49,71 20,76	2,46 2346	0,0266 17,70
3	0,191	8,39 7,56	49,98 21,89	2,91 2761	0,0299 19,90
5	0,229	8,30 7,35	49,62 22,63	3,49 3305	0,0343 22,77
7	0,266	8,36 7,30	49,27 23,15	4,05 3841	0,0388 25,79
9	0,317	9,21 8,09	46,59 23,48	4,83 4584	0,0445 29,67
11	0,362	8,79 7,87	37,38 20,28	5,51 5315	0,0488 33,07
13	0,404	10,77 9,46	46,68 25,45	6,15 5834	0,0544 36,15
15	0,458	10,53 9,49	37,13 21,99	6,97 6724	0,0587 39,74
17	0,514	10,48 8,87	47,74 27,06	7,83 7394	0,0644 42,63
19	0,577	10,24 8,52	46,87 27,29	8,79 8307	0,0692 45,89
21	0,680	11,23 9,21	49,39 29,89	10,35 9732	0,0779 51,34
23	0,797	14,36 12,31	49,15 32,27	12,13 11379	0,0868 57,03

BATTERIE N° 3

FONCTIONNEMENT AVEC CONDENSATION
RESULTATS DES CALCULS INTERMEDIAIRES

Pt	T _{sb1} T _{sbu}	α _l α _n	η _l η _n	η _{Tl} η _{Tn}	η _{Dl} η _{Dn}
N°	[°C]	[kJ/kg.°C]	[kJ/kg.°C]		
1	7,51 4,82	2,257 2,064	0,874 0,883	0,850 0,881	0,892 0,875
2	7,44 4,51	2,251 2,044	0,865 0,874	0,840 0,872	0,883 0,866
4	8,16 5,21	2,308 2,091	0,852 0,863	0,833 0,862	0,867 0,854
6	8,73 5,62	2,354 2,119	0,839 0,851	0,821 0,851	0,852 0,840
7	8,66 5,48	2,353 2,113	0,832 0,845	0,809 0,843	0,848 0,837
8	9,61 6,28	2,434 2,170	0,814 0,829	0,795 0,833	0,827 0,816
9	9,72 6,18	2,445 2,164	0,799 0,816	0,777 0,817	0,813 0,804
10	10,36 6,85	2,500 2,212	0,786 0,804	0,765 0,806	0,799 0,792
11	10,43 6,85	2,507 2,213	0,776 0,795	0,756 0,797	0,788 0,783
12	10,47 6,84	2,511 2,213	0,767 0,787	0,745 0,787	0,780 0,776
14	10,95 7,27	2,557 2,246	0,739 0,762	0,719 0,762	0,751 0,746
16	10,56 7,12	2,521 2,235	0,742 0,762	0,731 0,769	0,748 0,747

FONCTIONNEMENT AVEC CONDENSATION

$$q_T = 1,586 \text{ [kg/s]} \quad u_T = 2,05 \text{ [m/s]} \quad h_T = 9,17 \text{ [kW/m}^2 \cdot \text{°C]}$$

Pt	q	T _{rl} T _{Tn+1}	T _l T _{n+1}	i _l i _{n+1}	r _l r _{n+1}	u	h _f Nu _f /Pr ^{1/3}	h Nu/Pr ^{1/3}	h _D Sh/Sc ^{1/3}	Le
N°	[kg/s]	[°C] [°C]	[°C] [°C]	[kJ/kg] [kJ/kg]	[kg/kg] [kg/kg]	[m/s]	[kg/s.m ²] [kg/s.m ²]	[kW/m ² .°C] [kW/m ² .°C]	[kg/s.m ²] [kg/s.m ²]	
1	0,166	4,99 3,71	32,49 15,27	90,93 39,20	0,0227 0,0094	2,41 2473	0,0299 21,42	0,0262 17,78	0,0337 23,86	0,735
2	0,187	4,66 3,24	32,76 15,68	91,23 39,87	0,0227 0,0095	2,73 2791	0,0330 23,65	0,0287 19,46	0,0375 26,51	0,724
4	0,214	5,31 3,76	32,80 16,50	89,44 41,91	0,0220 0,0100	3,12 3183	0,0361 25,87	0,0320 21,66	0,0407 28,80	0,743
6	0,239	5,69 4,02	32,80 17,13	89,43 43,29	0,0220 0,0103	3,49 3548	0,0398 28,49	0,0350 23,68	0,0451 31,84	0,734
7	0,261	5,51 3,71	31,88 17,35	88,65 44,11	0,0221 0,0105	3,83 3889	0,0420 30,14	0,0364 24,64	0,0478 33,80	0,719
8	0,285	6,29 4,40	32,06 18,13	88,88 45,46	0,0221 0,0107	4,18 4236	0,0466 33,39	0,0394 26,64	0,0538 38,00	0,691
9	0,322	6,14 4,10	31,79 18,39	88,63 46,27	0,0221 0,0109	4,73 4783	0,0516 37,04	0,0436 29,46	0,0596 42,11	0,689
10	0,353	6,75 4,66	31,20 18,89	87,52 47,85	0,0219 0,0113	5,18 5244	0,0551 39,59	0,0464 31,34	0,0636 44,93	0,687
11	0,353	6,69 4,48	31,16 19,33	87,05 48,86	0,0217 0,0116	5,18 5748	0,0584 41,93	0,0490 33,02	0,0676 47,76	0,680
12	0,387	6,63 4,38	30,71 19,46	86,15 49,29	0,0216 0,0117	5,69 6204	0,0618 44,37	0,0514 34,66	0,0716 50,63	0,673
14	0,451	6,97 4,66	29,70 19,72	83,38 49,54	0,0209 0,0117	6,61 7154	0,0712 51,23	0,0568 38,32	0,0845 59,76	0,630
16	0,521	6,76 4,40	29,28 19,70	80,00 49,52	0,0197 0,0117	7,64 7745	0,0712 51,16	0,0583 39,43	0,0840 59,43	0,653

$$3 \ 400 < \frac{\lambda_{cD}}{\lambda_a} < 3 \ 800$$

FONCTIONNEMENT SANS CONDENSATION

TUBES A AILETTES :

Tube de base : matériau : cuivre
diam. int. / diam. ext. : 12,8 / 16,0 [mm]
Ailettes : matériau : aluminium
diamètre : 43,0 [mm]
épaisseur : 0,5 [mm]
pas : 3,5 [mm]

BATTERIE :

Section frontale : 0,099 [m²]
Section entre tubes à ailettes : 0,0561 [m²]
Nombre de rideaux (passes) : 6
Nombre de tubes par rideau : 6

RESULTATS :

Transfert d'enthalpie :
 $Nu_i = 0,06024 Re^{0,743} Pr^{1/3}$
Transfert de chaleur sensible :
 $Nu = 0,1229 Re^{0,631} Pr^{1/3}$
Transfert de masse :
 $Sh = 0,02951 Re^{0,850} Sc^{1/3}$
Nombre de Lewis :
 $Le = 4,134 Re^{-0,219}$
Transfert de chaleur sans condensation :
 $Nu = 0,03257 Re^{0,797} Pr^{1/3}$

$q_T = 1,586 \text{ [kg/s]} \quad u_T = 2,05 \text{ [m/s]} \quad h_T = 8,68 \text{ [kW/m}^2\text{.}^\circ\text{C]}$

Pt	q	T_{r1} T_{rn+1}	T_l T_{n+1}	u	h
N°	[kg/s]	[°C] [°C]	[°C] [°C]	Re	$Nu/Pr^{1/3}$ [kW/m ² .°C]
1	0,154	6,97 5,90	63,83 17,71	2,47 2300	0,0245 16,06
3	0,176	7,35 6,17	63,85 18,90	2,82 2614	0,0269 17,63
5	0,199	7,52 6,19	64,01 20,16	3,20 2961	0,0292 19,10
7	0,227	7,09 5,60	63,95 20,96	3,65 3370	0,0318 20,79
9	0,260	7,46 5,79	63,97 22,11	4,17 3854	0,0354 23,09
11	0,300	5,50 3,97	51,87 18,35	4,82 4532	0,0395 26,30
13	0,341	5,64 3,92	52,43 19,26	5,48 5144	0,0439 29,16
15	0,389	5,98 4,07	52,48 20,08	6,24 5869	0,0493 32,74
17	0,443	6,28 4,15	52,41 20,95	7,10 6676	0,0550 36,44
19	0,503	6,62 4,28	52,30 21,83	8,08 7569	0,0611 40,45
21	0,570	7,82 5,17	54,28 23,93	9,15 8531	0,0680 44,79
23	0,669	8,58 5,69	53,72 25,25	10,74 10000	0,0772 50,79

BATTERIE N° 4

FONCTIONNEMENT AVEC CONDENSATION
RESULTATS DES CALCULS INTERMEDIAIRES

Pt	T _{sbl} T _{sbn}	α _l α _n	η _l η _n	η _{TL} η _{Tn}	η _{DL} η _{Dn}
N°	[°C] [°C]	[kJ/kg°C] [kJ/kg°C]			
1	6,33 3,62	2,169 1,988	0,886 0,893	0,881 0,906	0,895 0,879
3	6,60 3,80	2,189 1,999	0,878 0,886	0,875 0,901	0,886 0,869
5	7,07 4,15	2,223 2,021	0,869 0,878	0,867 0,895	0,875 0,858
7	7,51 4,53	2,257 2,046	0,860 0,870	0,861 0,889	0,864 0,846
9	8,16 5,09	2,308 2,083	0,848 0,859	0,853 0,883	0,848 0,830
11	8,73 5,63	2,354 2,120	0,838 0,850	0,846 0,875	0,835 0,818
13	9,37 6,25	2,407 2,164	0,826 0,839	0,838 0,867	0,820 0,804
15	10,08 6,92	2,469 2,213	0,812 0,826	0,829 0,860	0,800 0,782
17	9,04 5,58	2,382 2,118	0,808 0,824	0,827 0,855	0,794 0,781
19	9,54 5,99	2,424 2,147	0,793 0,811	0,816 0,847	0,775 0,759
21	9,98 6,49	2,461 2,183	0,785 0,803	0,813 0,839	0,761 0,752
23	10,76 7,29	2,532 2,242	0,769 0,788	0,803 0,830	0,740 0,730

FONCTIONNEMENT AVEC CONDENSATION

$$q_r = 1,586 \text{ [kg/s]} \quad u_r = 2,05 \text{ [m/s]} \quad h_r = 8,68 \text{ [kW/m}^2 \cdot \text{°C]}$$

Pt	q	T _{ra} T _{rn+1}	T _l T _{n+1}	i _l i _{n+1}	r _l r _{n+1}	u	h _l Nu _l /Pr _l ^{1/3}	h	h _D Sh/Sc _l ^{1/3}	Le
N°	[kg/s]	[°C] [°C]	[°C] [°C]	[kJ/kg] [kJ/kg]	[kg/kg] [kg/kg]	[m/s]	[kg/s·m ²] [kg/s·m ²]	[kW/m ² ·°C] [kW/m ² ·°C]	[kg/s·m ²] [kg/s·m ²]	
1	0,158	3,89 2,87	27,39 9,38	68,82 25,57	0,0161 0,0064	2,36 2501	0,0275 19,77	0,0245 16,97	0,0315 22,53	0,748
3	0,176	4,05 2,97	27,34 9,98	68,43 26,59	0,0160 0,0066	2,62 2780	0,0296 21,28	0,0261 18,07	0,0343 24,51	0,732
5	0,193	4,39 3,22	27,30 10,55	68,39 27,60	0,0160 0,0067	2,88 3047	0,0321 23,07	0,0279 19,34	0,0376 26,85	0,715
7	0,213	4,75 3,53	27,25 11,23	68,01 28,82	0,0159 0,0069	3,17 3349	0,0344 24,76	0,0296 20,49	0,0409 29,16	0,697
9	0,234	5,28 3,97	27,30 11,98	68,05 30,21	0,0159 0,0072	3,50 3682	0,0375 26,93	0,0318 21,94	0,0452 32,18	0,677
11	0,257	5,78 4,40	27,26 12,72	68,01 31,80	0,0159 0,0075	3,85 4041	0,0401 28,77	0,0338 23,31	0,0484 34,51	0,670
13	0,283	6,36 4,91	27,19 13,45	67,92 33,50	0,0159 0,0079	4,25 4450	0,0431 30,91	0,0363 25,00	0,0521 37,07	0,669
15	0,311	6,99 5,47	27,26 14,35	68,00 35,13	0,0159 0,0082	4,66 4874	0,0467 33,49	0,0382 26,25	0,0581 41,31	0,630
17	0,344	5,60 3,86	27,81 13,98	67,64 33,89	0,0155 0,0078	5,18 5398	0,0496 35,55	0,0411 28,29	0,0617 43,88	0,640
19	0,377	5,97 4,17	27,75 14,68	67,56 35,01	0,0155 0,0080	5,68 5912	0,0540 38,67	0,0434 29,79	0,0692 49,19	0,601
21	0,416	6,38 4,48	27,86 15,43	67,66 36,99	0,0155 0,0085	6,27 6510	0,0562 40,23	0,0459 31,49	0,0710 50,41	0,620
23	0,467	7,08 5,08	27,96 16,66	68,43 39,55	0,0157 0,0090	7,06 7293	0,0604 43,19	0,0478 32,71	0,0781 55,40	0,587

$$3\ 400 < \frac{\lambda_c}{\lambda_a} < 3\ 700$$

TUBES A AILETTES :

Tube de base : matériau : cuivre
diam. int. / diam. ext. : 12,8 / 16,0[mm]
Ailettes : matériau : aluminium
diamètre : 43,0 [mm]
épaisseur : 0,5 [mm]
pas : 7,0 [mm]

BATTERIE :

Section frontale : 0,099 [m²]
Section entre tubes à ailettes : 0,06027 [m²]
Nombre de rideaux (passes) : 6
Nombre de tubes par rideau : 6

RESULTATS :

Transfert d'enthalpie :
 $Nu_l = 0,05184 Re^{0,790} Pr^{1/3}$
Transfert de chaleur sensible :
 $Nu = 0,120 Re^{0,673} Pr^{1/3}$
Transfert de masse :
 $Sh = 0,03345 Re^{0,852} Sc^{1/3}$
Nombre de Lewis :
 $Le = 3,684 Re^{-0,184}$

Transfert de chaleur sans condensation :
 $Nu = 0,07206 Re^{0,739} Pr^{1/3}$

FUNCTIONNEMENT SANS CONDENSATION

$q_r = 1,586$ [kg/s] $u_r = 2,05$ [m/s] $h_r = 9,70$ [kW/m².°C]

Pt	q	T _{r1} T _{rn+1}	T _l T _{n+1}	u Re	h Nu/Pr ^{1/3}
N°	[kg/s]	[°C]	[°C]	[m/s]	[kW/m ² .°C]
1	0,155	7,12 6,25	62,62 25,98	2,37 2134	0,0315 20,48
3	0,178	7,24 6,26	62,91 26,91	2,72 2446	0,0353 22,88
5	0,203	7,43 6,34	63,03 27,84	3,10 2787	0,0392 25,40
7	0,232	6,28 5,03	62,75 27,94	3,55 3184	0,0433 28,07
9	0,265	6,91 5,53	62,95 29,27	4,05 3627	0,0481 31,06
11	0,300	5,83 4,41	58,95 27,82	4,59 4132	0,0529 34,43
13	0,350	6,26 4,66	59,04 29,13	5,35 4813	0,0595 38,64
15	0,401	6,51 4,74	58,95 30,24	6,13 5513	0,0657 42,63
17	0,460	6,60 4,65	58,78 31,27	7,03 6323	0,0725 46,98
19	0,527	7,24 5,13	58,51 32,49	7,90 7228	0,0798 51,67
21	0,604	6,62 4,30	58,69 33,36	9,23 8279	0,0877 56,68
23	0,690	7,00 4,50	58,27 34,43	10,55 9454	0,0958 61,87

BATTERIE N° 5

FUNCTIONNEMENT AVEC CONDENSATION
RESULTATS DES CALCULS INTERMEDIAIRES

Pt	T _{sb1} T _{sbn}	α ₁ α _n	η ₁ η _n	η _{T1} η _{Tn}	η _{D1} η _{Dn}
N°	[°C] [°C]	[kJ/kg °C] [kJ/kg °C]			
1	7,91 5,68	2,302 2,135	0,867 0,874	0,853 0,866	0,880 0,871
3	8,46 6,09	2,346 2,164	0,855 0,864	0,843 0,857	0,866 0,859
5	9,44 7,01	2,428 2,232	0,843 0,852	0,836 0,847	0,851 0,848
7	10,25 7,71	2,501 2,286	0,829 0,840	0,824 0,836	0,835 0,834
9	9,45 6,85	2,431 2,221	0,821 0,833	0,817 0,833	0,826 0,822
11	10,05 7,27	2,485 2,237	0,801 0,814	0,800 0,817	0,803 0,801
13	10,69 7,84	2,542 2,298	0,785 0,800	0,789 0,806	0,784 0,786
15	11,15 8,12	2,590 2,323	0,771 0,788	0,770 0,791	0,772 0,775
17	11,48 8,38	2,623 2,346	0,759 0,777	0,758 0,778	0,760 0,767
19	12,10 8,95	2,685 2,395	0,740 0,760	0,746 0,765	0,737 0,746
21	12,36 9,10	2,713 2,409	0,724 0,746	0,732 0,752	0,718 0,730
23	12,71 9,42	2,750 2,437	0,711 0,733	0,722 0,742	0,702 0,716

FUNCTIONNEMENT AVEC CONDENSATION

$$q_r = 1,586 \text{ [kg/s]} \quad u_r = 2,05 \text{ [m/s]} \quad h_r = 9,70 \text{ [kW/m}^2 \cdot \text{°C]}$$

Pt	q	T _{r1} T _{rn+1}	T ₁ T _{n+1}	i ₁ i _{n+1}	r ₁ r _{n+1}	u	h ₁ Nu ₁ /Pr ₁ ^{1/3}	h	h _D Sh/Sc ₁ ^{1/3}	Le
N°	[kg/s]	[°C] [°C]	[°C] [°C]	[kJ/kg] [kJ/kg]	[kg/kg] [kg/kg]	[m/s]	[kg/s·m ²] [kg/s·m ²]	[kW/m ² ·°C] [kW/m ² ·°C]		
1	0,154	5,80 4,59	38,00 18,52	101,25 48,75	0,0245 0,0119	2,23 2206	0,0315 22,37	0,0309 20,71	0,0333 23,39	0,876
3	0,170	6,20 4,89	38,17 19,16	101,44 50,01	0,0245 0,0121	2,47 2435	0,0346 24,36	0,0337 22,57	0,0368 25,82	0,865
5	0,189	7,09 5,72	38,43 20,16	101,73 52,84	0,0245 0,0128	2,76 2705	0,0373 26,39	0,0369 24,65	0,0391 27,45	0,889
7	0,208	7,77 6,29	38,39 20,97	102,69 54,94	0,0249 0,0133	3,04 2969	0,0406 28,74	0,0398 26,56	0,0429 30,04	0,875
9	0,232	6,88 5,33	37,32 20,84	97,68 52,98	0,0233 0,0126	3,39 3327	0,0442 31,29	0,0417 27,87	0,0481 33,70	0,818
11	0,269	7,26 5,54	37,26 21,70	97,63 54,79	0,0233 0,0129	3,94 3851	0,0502 35,55	0,0467 31,13	0,0552 38,71	0,796
13	0,301	7,78 5,95	37,22 22,51	97,59 56,91	0,0233 0,0134	4,41 4298	0,0543 38,45	0,0504 33,58	0,0599 41,94	0,792
15	0,330	8,01 5,99	37,22 23,33	100,19 59,47	0,0244 0,0141	4,85 4708	0,0583 41,38	0,0532 35,35	0,0648 45,38	0,769
17	0,364	8,22 6,10	36,98 23,83	100,47 61,39	0,0246 0,0147	5,36 5191	0,0620 43,97	0,0569 37,76	0,0684 47,92	0,777
19	0,402	8,74 6,54	36,81 24,44	99,84 62,77	0,0244 0,0150	5,92 5720	0,0674 47,84	0,0609 40,43	0,0753 52,67	0,757
21	0,443	8,83 6,49	36,79 24,98	99,88 64,03	0,0244 0,0152	6,54 6305	0,0729 51,77	0,0651 43,11	0,0821 57,46	0,739
23	0,479	9,09 6,66	36,73 25,46	99,83 65,33	0,0244 0,0156	7,07 6807	0,0772 54,78	0,0683 45,24	0,0873 61,08	0,730

$$3 \text{ 150} < \frac{\lambda_{sc}}{\lambda_a} < 3 \text{ 450}$$

